

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Политехнический институт  
Электротехники и электротехнологии

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ В.Н. Тимофеев  
подпись                      инициалы, фамилия  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА БЕСТИГЕЛЬНОЙ ПЛАВКИ ТИТАНА**  
13.04.02 Электроэнергетика и электротехника  
13.04.02.07 Электротехнологии в металлургии

Научный руководитель	_____	_____	<u>М.Ю. Хацаюк</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия
Выпускник	_____		<u>А.А. Максимов</u>
	подпись, дата		инициалы, фамилия
Рецензент	_____	_____	<u>Ю.А. Крашников</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия

Красноярск 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Титан, способы литья и методы моделирования .....	8
1.1 Общие сведения о титане.....	8
1.1.1 Получение титана.....	8
1.1.2 Производство титановых слитков .....	11
1.1.3 Литье титановых сплавов .....	14
1.2 Исследуемая технология бестигельной плавки титановых сплавов .....	17
1.3 Обзор методов и средств моделирования электромагнитных и термогидродинамических процессов .....	21
1.3.1 Методы решения гидродинамической задачи .....	21
1.3.2 Методы решетчатых уравнений Больцмана.....	22
1.3.3 Метода сглаженных частиц .....	23
1.3.4 Метод частиц в ячейках и крупных частиц.....	23
1.3.5 Метод конечного объема.....	24
1.3.6 Метод жидкости в ячейках.....	24
1.3.7 Методы решения электромагнитной задачи .....	25
1.3.8 Выбор среды моделирования и средства визуализации .....	25
1.4 Постановка задачи .....	29
2 Математическая модель физических процессов образования жидкой фазы внутри титанового слитка .....	30
2.1 Математическая модель электромагнитных процессов .....	30
2.1.1 Постановка задачи и основные допущения.....	30
2.1.2 Математическая модель .....	31
2.2 Математическая модель термогидродинамических процессов.....	35
2.2.1 Постановка задачи и основные допущения.....	35
2.2.2 Математическая модель .....	37
2.3 Алгоритм работы расчетной системы для решения электромагнитной и термогидродинамической задачи .....	43
3 Результаты численного моделирования и их анализ.....	46
3.1 Параметры модели и исходные данные .....	46

3.2	Анализ результатов .....	47
4	Оптимизация и сравнение .....	59
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	61
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	62
	ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	68

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Материалы из титановых сплавов заняли прочное место в ведущих отраслях техники. При нынешней стоимости титана во многих случаях применение оборудования из него, с учетом значительно большего срока службы и снижения затрат на ремонты, дает высокий технико-экономический эффект. Нет сомнения в том, что по мере дальнейшего увеличения выпуска титана и совершенствования технологии его производства, а также снижения расхода металла на выпуск полуфабрикатов и изделий из него, эффективность применения титана в различных отраслях промышленности будет расти.

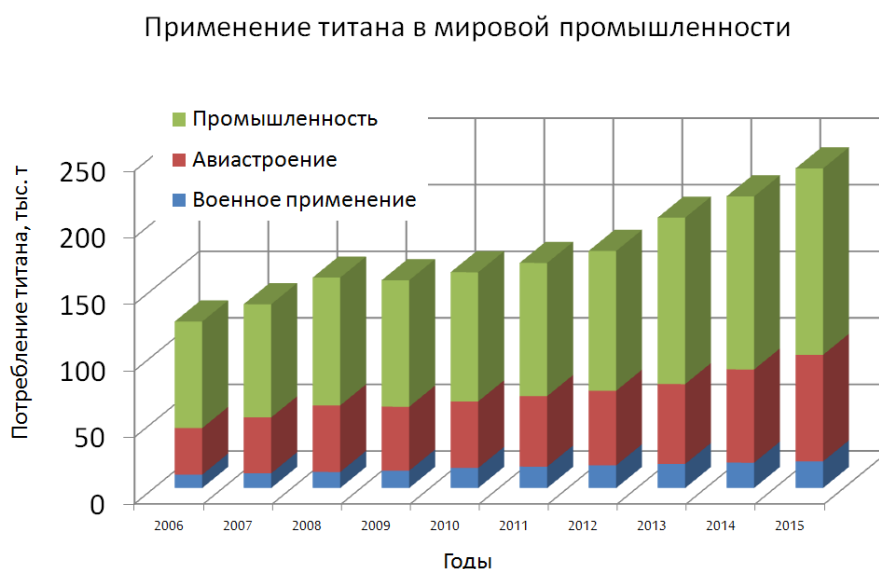


Рисунок 1 – Основные направления применения титана в мировой промышленности

Рисунок 1 иллюстрирует потребление титана различными отраслями. На период до 2015 г. показан прогноз по данным RTI. В военной авиации потребление титана стабилизировалось на уровне 5000 т/г., а использование титана в гражданской авиации нарастает. Постепенно увеличивается также применение титана в отраслях, не связанных с авиацией [1].

Области применения титана непрерывно расширяются. Многочисленные примеры новых областей применения титана приведены в трудах 13

международной конференции по титану, состоявшейся в 2015 г. в Сан – Диего [2].

Основные свойства титана и его сплавов, представляющие основную ценность для машиностроения – механическая и удельная прочности, сохраняющиеся при высоких температурах; малая плотность, ведущая к снижению массы конечного изделия – являются одновременно минусами для ценовой характеристики конечного изделия и процесса в целом. Исходя из вышесказанного, одна из основных проблем расширения использования титана – это сложность его механической обработки.

Для обеспечения требуемых физико–механических свойств деталей из титановых сплавов и сведения механической обработки к минимуму повышаются требования к термообработке титановых заготовок.

Однако не только механические свойства титана и его сплавов усложняют работу с данными материалами. Титан и его сплавы в жидком состоянии имеют чрезвычайно высокую химическую активность: титан реагирует с кислородом, азотом, водородом, вступает во взаимодействие с различными оксидами, образующими огнеупорные материалы, и восстанавливает их. Кроме того, расплав титана растворяет углерод графитового тигля, что приводит к резкому снижению пластичности сплавов, поэтому титан нельзя плавить в печах, футерованных обычными огнеупорами [1, 3].

На сегодняшний день единственным техническим решением для изготовления литых изделий из титановых сплавов весом до 5 кг является вакуумная плавка и разливка в медном водоохлаждаемом тигле.

В настоящее время есть не до конца изученный способ получения жидкой фазы внутри титанового сплава на воздухе индукционным нагревом, что значительно удешевит процесс производства литых изделий из титановых сплавов, так как не используется вакуумная камера и водоохлаждаемый тигель. Данным методом занимались ученые В.Б. Демидович и П.А. Масликов [4]. Однако из-за высокой стоимости титана, получение оптимальных параметров

индукционной установки, экспериментальным способом требует много затрат. Было решено исследовать данную технологию численным математическим моделированием. Данный инструмент показал очень высокую эффективность в разработке устройств различных областей науки и техники.

**Объект исследования.** Индукционная установка в системе «индуктор – титановый слиток».

**Предмет исследования.** Электромагнитные и гидродинамические процессы, протекающие в жидкой фазе внутри титанового слитка.

**Целью работы** является исследование и моделирование физических процессов для получения жидкой фазы титанового сплава внутри цилиндрической заготовки при индукционной плавке.

**Задачи:**

1. Разработка математической модели для расчета сопряженных электромагнитных, тепловых и гидродинамических процессов для получения жидкой фазы металла внутри цилиндрического титанового сплава;
2. Разработка в программном пакете ANSYS численной модели системы «индуктор – титановый слиток», на которой исследован процесс образования расплава внутри слитка;
3. Выявление оптимальных параметров индукционной системы;
4. Составление рекомендаций для реализации процесса получения жидкой фазы титановых сплавов при индукционной плавке.

**Научная новизна и значимость работы:**

1. Разработана численная модель расчета сопряженных электромагнитных, тепловых и гидродинамических процессов для получения жидкой фазы титанового сплава внутри цилиндрического слитка при индукционной плавке;
2. На моделях исследовано влияние частоты и величины тока на процесс получения жидкой фазы титанового сплава внутри цилиндрического слитка при индукционной плавке;
3. Установлены закономерности получения жидкой фазы титанового сплава внутри цилиндрического слитка при индукционной плавке.

**Методы исследования.** Математическое моделирование осуществляется применением метода конечных элементов (МКЭ), для решения задачи электродинамики, и метода конечных объемов (МКО), для решения задачи гидродинамики. Для реализации моделей на основе указанных методов применялись современные CAE системы ANSYS (МКЭ) и Fluent (МКО). Основной ведущей программной средой был выбран Fluent, так как в данной среде есть механизмы выполнения дополнительных алгоритмов пользователя, с помощью которых и была реализована возможность перерасчета задачи электродинамики на каждом шаге итерации расчета задачи гидродинамики. Интерполяция сеток осуществлялась методом «ближний сосед» с восстановлением регрессии на основании формулы Надарая – Ватсона.

**Практическая значимость.** Реализация в виде программы численной модели, позволяющая выполнить расчет различных параметров индукционной системы и характеристик процесса получения расплава внутри титанового слитка цилиндрической формы и даны рекомендации по выбору частоты тока и режимов нагрева с целью получению расплава внутри титановой заготовки индукционным способом.

**Апробация работы.** Основные положения и научные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на VII международном конгрессе и выставке «"Цветные металлы и минералы - 2015», на симпозиуме «HES-16 International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources» (Падуя, Италия, 2016), на Titanium Europe (ITA) 2016, на 8-ом международном конференции Electromagnetic Processing of Materials 2015 и на I международном научно-техническом конференции.

**Публикации по теме диссертации.** Основные теоретические результаты диссертации опубликованы в 7 работах, среди которых 2 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендуемых в действующем перечне ВАК, 1 – материалах всероссийских конференций и форумов, 4 работы – в материалах международных конференций и форумов.

# **1 Титан, способы литья и методы моделирования**

## **1.1 Общие сведения о титане**

### **1.1.1 Получение титана**

Титан является одним из наиболее распространенных химических элементов как по содержанию его в земной коре, так и по наличию минералов этого металла в очень многих горных породах.

Среднее содержание титана по определению В. И. Вернадского в земной коре составляет 0,6 – 0,61%, или в три раза выше, чем суммарное содержание таких металлов, как марганец, хром, ванадий, цинк, никель, вольфрам и молибден. По распространенности в земной коре среди металлов основного конструкционного назначения титан занимает третье место, следуя за алюминием (8,45%) и железом (5,1%) [5].

Для промышленной переработки основной титановой рудой является ильменит –  $\text{FeO} \cdot \text{TiO}_2$ , содержащей до 36% Ti и встречающийся практически во всех магматических породах, а самой богатой титановой рудой, содержащей до 60% Ti, – рутил –  $\text{TiO}_2$ , представляющий собой кристаллическую разновидность двуокиси титана. Рутил только в последнее время стал играть существенную роль как титановая руда, поскольку только недавно разработаны методы его переработки в промежуточный жидкий продукт высокой чистоты [6].

Производство титана сопряжены с большими трудностями вследствие очень высокой реакционной активности его при повышенной температуре и в особенности в расплавленном состоянии.

Большое сродство титана к кислороду, азоту и углероду является основным препятствиям при получении чистого металлического титана, так как при взаимодействии с этими элементами при малом количестве получают твердые растворы, обладающие большой прочностью и хрупкостью.



В настоящее время известно несколько способов получения металлического титана. Наиболее широкое распространение получил магниетермический способ, осуществляемый по следующей технологической схеме: титановая руда → титановый шлак → получение четыреххлористого титана  $TiCl_4$  → восстановление титана магнием → рафинирование.

*Титановая руда.* Сырьем для получения титана являются титаномagnetитовые руды, из которых выделяют ильменитовый концентрат, содержащий 40 – 45%  $TiO_2$ , 30%  $FeO$ , 20%  $Fe_2O_3$  и 5 – 7% пустой породы. Название этот концентрат получил по наличию в нем минерала ильменита  $FeO \cdot TiO_2$ .

*Титановый шлак.* Ильменитовый концентрат плавят в смеси с древесным углем, антрацитом, где оксиды железа и титана восстанавливаются. В результате плавки получают богатый титановый шлак  $TiO_2$  и чугун, содержащий до 0,5%  $Ti$ . Чугун и шлак – разливают отдельно в изложницы. Измельченный шлак подвергают магнитной сепарации (для удаления железосодержащих частиц), смешивают с мелким нефтяным коксом и связующим и спрессовывают в брикеты. После обжига при 700 – 800 °C брикеты направляют на хлорирование. Основным продуктом этого процесса – титановый шлак – содержит 80 – 90%  $TiO_2$ , 2 – 5%  $FeO$  и примеси  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ,  $CaO$  и др. Побочный продукт этого процесса – чугун – используют в металлургическом производстве.

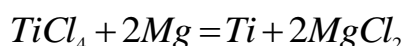
*Получение четыреххлористого титана.* Полученные брикеты подвергают хлорированию в специальных печах. В нижней части печи располагают угольную насадку, нагреваемую при пропускании через нее электрического тока. В печь подают брикеты титанового шлака, а через фурмы внутрь печи – хлор. При температуре 800 – 1250 °C в присутствии углерода образуется четыреххлористый титан, а также хлориды  $CaCl_2$ ,  $MgCl_2$  и др.:



Ее очищают от твердых частиц и охлаждают в конденсаторах, в результате чего получают жидкий четыреххлористый титан. Для более полной очистки от твердых частиц конденсат отстаивают и фильтруют.

Четыреххлористый титан отделяют от других хлоридов путем ректификации конденсата, основанной на различии температур кипения различных хлоридов. Жидкий четыреххлористый титан направляют на восстановление.

*Восстановление.* Титан из четыреххлористого титана восстанавливают магнием в герметичных реакторах из нержавеющей стали, установленных в электрических печах сопротивления. После установки в печь из реторты откачивают воздух и заполняют ее очищенным аргоном; после нагрева до температуры 700 °С заливают расплавленный магний и начинают подачу жидкого  $TiCl_4$ . Титан восстанавливается магнием по реакции:



Эта реакция сопровождается выделением большого количества тепла и в реакторе поддерживается необходимая температура 800 – 900 °С без дополнительного нагрева за счет регулирования скорости подачи  $TiCl_4$ . Частицы восстановленного титана спекаются в пористую массу (титановая губка), пропитанную магнием и хлористым магнием. Расплав хлористого магния периодически удаляют через патрубок в дне реактора. В промышленных реакторах (емкостью до 2 т) получают титановую губку, содержащую до 60% Ti, 30% Mg и 10%  $MgCl_2$ .

*Рафинирование* титановой губки производят методом вакуумной дистилляции. Крышку охладившейся реторты снимают и вместо нее устанавливают водоохлаждаемый конденсатор; затем реторту снова устанавливают в печь. Дистилляция проводится при 950 – 1000 °С и вакууме около  $10^{-3}$  мм рт. ст. Примеси титановой губки Mg и  $MgCl_2$  расплавляются, частично испаряются и затем выделяются в конденсаторах. Получаемый

оборотный магний возвращается в производство,  $MgCl_2$  используют для производства магния [7].

### 1.1.2 Производство титановых слитков

Известно, что высокая реакционная способность титана не позволяет осуществить процесс плавления его в атмосфере воздуха. Вследствие этих особенностей титана, для плавки титановой губки используют только вакуумные печи с высокой концентрацией энергии: дуговые, электроннолучевые, плазменные с медными водоохлаждаемыми кристаллизаторами или графитовыми тиглями (при гарниссажной плавке), электрошлаковые установки.

*Вакуумно – дуговые печи.* Обычно состоит из кристаллизатора (медной водоохлаждаемой изложницы) с поддоном, герметично соединяемых с вакуумной камерой. Через скользящее вакуумное уплотнение в крышке камеры внутрь печи введен водоохлаждаемый электрододержатель, к нижнему концу которого присоединен расходный электрод (Рисунок 1.1). Расходный электрод изготавливают прессованием из измельченной титановой губки. Электрическая дуга горит между расходным электродом и ванной расплавленного металла, постепенно заполняющего изложницу, затвердевающего и образующего слиток.

Печи такой простой конструкции в настоящее время являются основными

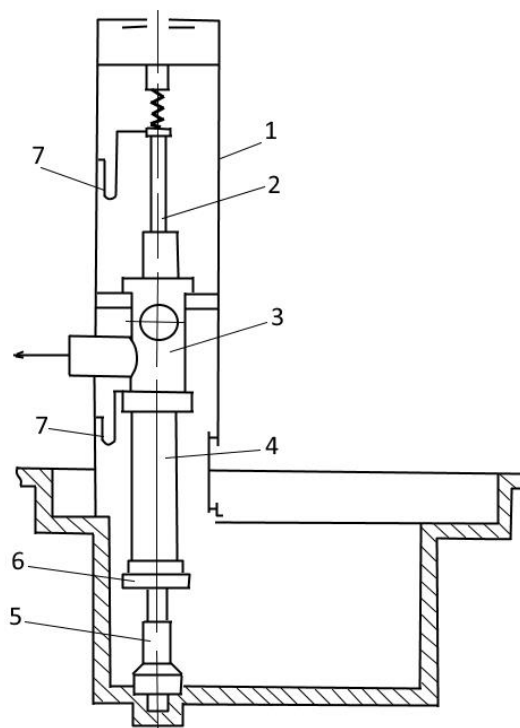


Рисунок 1.1 – Схема дуговой вакуумной печи: 1 – защитная камера; 2 – шток-электрододержатель; 3 – вакуумная камера; 4 – кристаллизатор; 5 – гидравлический плунжер; 6 – поддон; 7 – токопровод

агрегатами для производства титановых сплавов.

*Гарниссажные печи.* Плавление титана происходит в металлическом или графитовом охлаждаемом тигле со своеобразной футеровкой – гарниссажем, замороженным на стенках и днище тигля слоем переплавляемого металла.

В ряде печей тигель представляет собой по существу глухой кристаллизатор небольшой высоты с наглухо приваренным поддоном – днищем (Рисунок 1.2). Иногда такой тигель имеет дополнительную защитную футеровку – сделанная из графита. Такая футеровка используется для предотвращения прожогов металлического тигля в случае аварийного сплавления дугой гарниссажа.

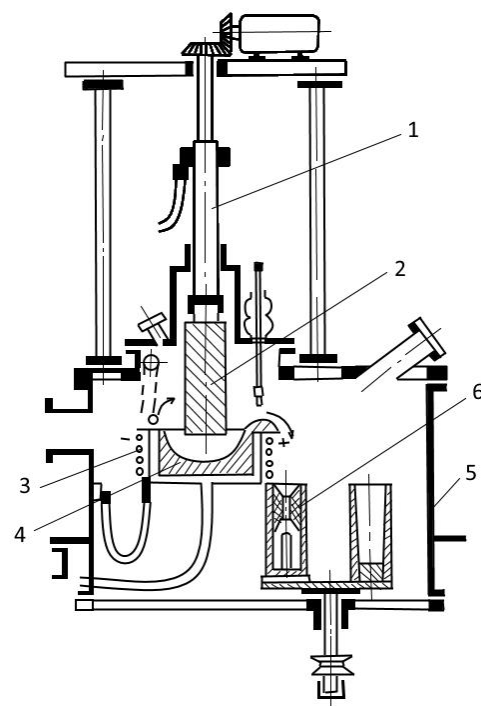


Рисунок 1.2 – Принципиальное устройство гарниссажной печи: 1 – электродержатель; 2 – расходующий электрод; 3 – соленоид; 4 – тигель; 5 – вакуумная камера; 6 – формы для заливки

*Электрошлаковые печи.* Техническими преимуществами этих печей считаются открытое исполнение кристаллизатора, отсутствие дорогостоящей вакуумной системы, простота и надежность источников питания, а технологическими достоинствами – хорошее качество поверхности слитков и макроструктуры, чистота по неметаллическим включениям, возможность получения слитков квадратного, прямоугольного и кольцевого сечений.

Использование электрошлакового процесса для производства цилиндрических слитков титана было опробована на промышленных печах, но полученный опыт показал, что электрошлаковый переплав не столь эффективен, как сталей. Главным недостатком электрошлакового переплава является отсутствие дегазации металла в процессе, а первый переплав вакуумной дуговой печи, предшествующий электрошлаковому, не всегда обеспечивает полную дегазацию.

*Плазменные печи.* По существу представляют собой печи со своеобразным нерасходуемым электродом-плазмотроном. Достоинствами плазмотронов как нагревательных элементов являются стабильность разряда в газовом потоке, хорошая регулируемость мощности, относительно большая (по сравнению с нерасходуемыми электродами) стойкость катодов за счет охлаждения их газом, возможность получения высоких температур, большая концентрация энергии. Обычно в качестве плазмообразующих газов используют азот, водород, аргон, гелий и их смеси, но для титана могут применяться лишь благородные газы. При этом остается существенный недостаток плазменного способа плавки, накладывающий определенные ограничения на сферу применения его в производстве титана – это отсутствие дегазации и повышенные требования к чистоте плазмообразующих газов для предупреждения загрязнений металла.

*Электроннолучевые печи* широко используют для плавления тугоплавких металлов, таких как вольфрам, молибден, тантал, ниобий. Общеизвестными достоинствами печей этого класса являются возможность высокой концентрации энергии, хорошая управляемость мощностью и её распределением по облучаемым площадям, получение очень высоких температур, возможность переплава кусковых материалов.

Однако электроннолучевым печам в той или иной мере свойственен существенный недостаток – для их работы необходим глубокий вакуум порядка  $1 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст. В случае большого и неравномерного содержания газа в переплавляемом металле может происходить срыв вакуума из-за обильного газовыделения и нарушение работы электроннолучевых устройств вплоть до выхода их из строя.

Оценивая перспективы применения электроннолучевых плавильных печей в металлургии титана, можно полагать, что они могут оказаться эффективными для переплава скрапа с незначительным содержанием водорода, для производства слитков (в том числе сложных форм) технического титана и некоторых его сплавов [8].

### 1.1.3 Литье титановых сплавов

В связи с тем, что титан, отличается высокой химической активностью в расплавленном состоянии, при плавлении в обычной вакуумной индукционной печи с керамическим тиглем интенсивно взаимодействует с материалом тигля, существовала проблема получения его методом вакуумной индукционной плавки. Применение метода индукционной плавки и литья в холодном тигле позволяет преодолеть основные ограничения традиционного метода индукционной плавки с керамическими тиглями [9].

В случае плавки и разливки титановых сплавов с использованием медного тигля, изготавливаемого из нескольких водоохлаждаемых медных сегментов (Рисунок 1.3) [10,11], загрязнение загрузочного материала сведено к минимуму, а электромагнитное перемешивание расплава приводит к его химической и термической гомогенизации. Материал сегментов выбран не случайно: медь – материал с высокой теплопроводностью, что приводит к минимизированию тепловыделение в "холодном" тигле.

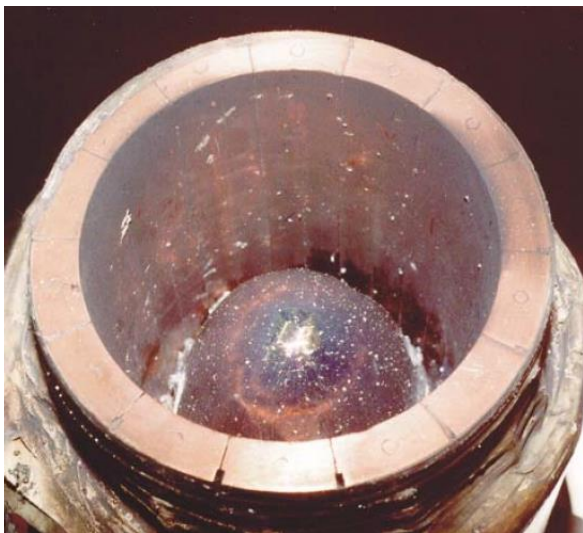


Рисунок 1.3 – Индукционная плавильная печь с холодным тиглем

В процессе работы в индукционной печи с холодным тиглем (ИПХТ) (Рисунок 1.4) одновременно протекают электромагнитные, гидродинамические и тепломассобменные процессы, взаимосвязанные между собой [12].

Индуктор создает переменное электромагнитное поле заданной частоты, после чего в электропроводящих секциях "холодного" тигля наводятся вихревые токи, которые, благодаря электроизолирующим промежуткам между секциями, замыкаются в пределах каждой секции. Взаимодействие вихревых токов в расплаве с внешним переменным магнитным полем создает объемную электромагнитную силу Лоренца, действие которой сосредоточено в пределах достаточно тонкого поверхностного слоя, толщина которого определяется частотой возбуждающего тока индуктора и электропроводностью расплава. Электромагнитные силы являются причиной возникновения вынужденной электромагнитной конвекции расплава. Распределение электромагнитного давления приводит к деформации свободной поверхности расплава с образованием выпуклого мениска, на форму которого влияет также плотность, поверхностное натяжение расплава и характер его циркуляции.

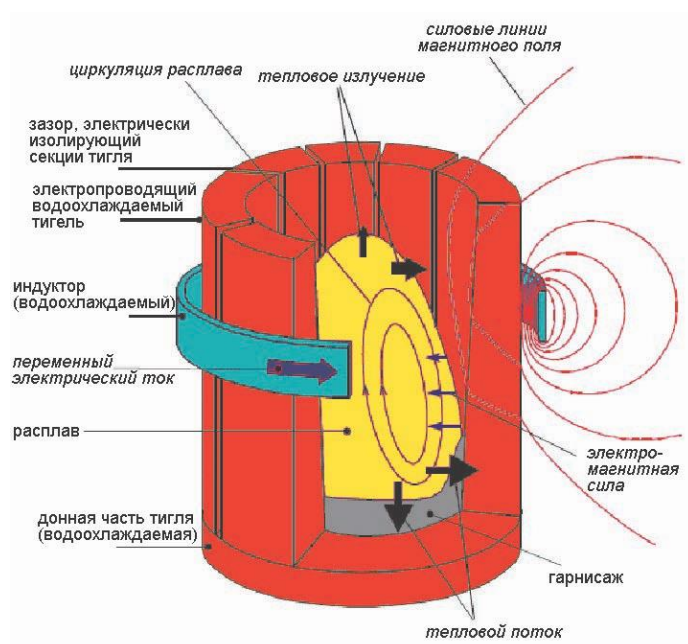


Рисунок 1.4 – Основные элементы конструкции ИПХТ и её физическая модель

В ИПХТ для сокращения тепловых потерь через стенки "холодного" тигля выбираются такие режимы, чтобы расплав был по возможности полностью отжат от стенок, поэтому контакт расплава и тигля имеет место только в донной части тигля и в нижней части его стенок, причем высота зоны

контакта незначительная. В зоне соприкосновения с "холодным" тиглем расплав кристаллизуется с образованием относительно тонкого слоя гарниссажа (Рисунок 1.5), который препятствует загрязнению расплава материалом тигля. Толщина слоя гарниссажа зависит от соотношения мощности и количества теплоты, отводимого от расплава через гарниссаж и тигель охлаждающей водой.



Рисунок 1.5 – Гарниссаж остающийся после плавки в "холодном" тигле

При недостаточной мощности увеличивается толщина гарниссажа, и объем расплавленного металла уменьшается, в тоже время чрезмерная мощность может привести к локальному расплавлению гарниссажа и медного тигля.

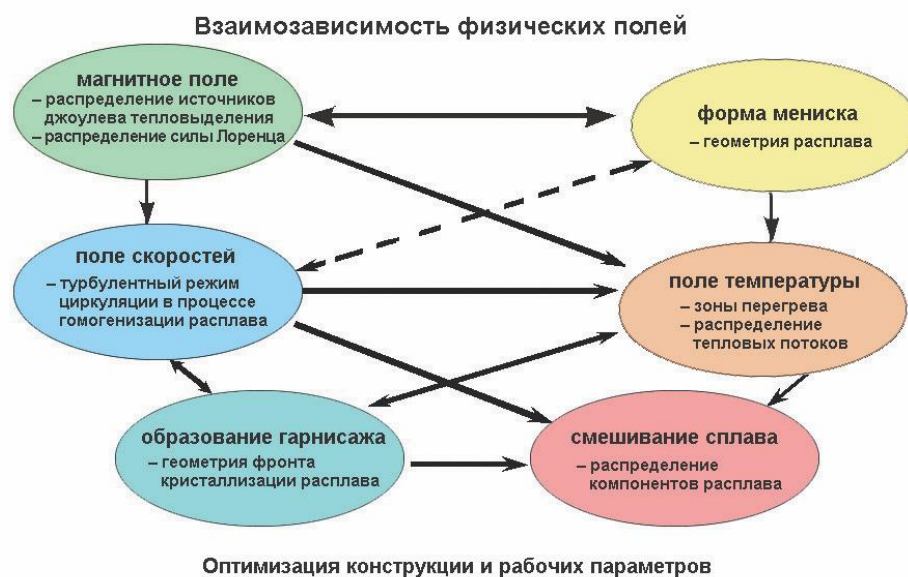


Рисунок 1.6 – Взаимозависимость физических полей и процессов, свойств и геометрии расплава в ИПХТ

Интенсивная турбулентная электромагнитная конвекция способствует выравниванию температуры в объеме расплава, несмотря на достаточно значительные тепловые потоки в зоне контакта "холодного" тигля и расплава, а также тепловое излучение со свободной поверхности расплава. Для наглядного

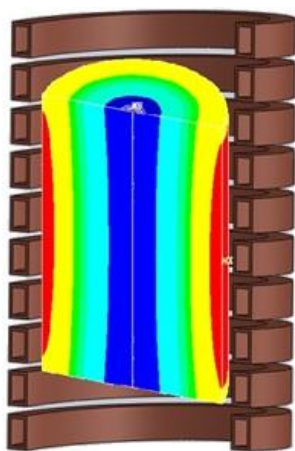


представления взаимозависимости физических полей и процессов составлена следующая схема (Рисунок 1.6) [13].

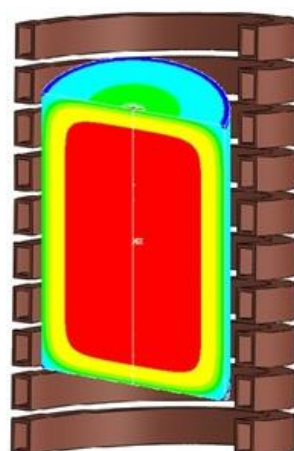
Наряду с достоинствами ИПХТ имеют и серьёзные недостатки, которые сдерживают их распространение. Одним из них являются большие электрические потери в "холодном" тигле (до 40 % мощности, подводимой к индуктору в зависимости от конструкции установки). Следует также учесть и большие тепловые потери в "холодном" тигле, что ещё больше снижает энергетические показатели ИПХТ [14].

## 1.2 Исследуемая технология бестигельной плавки титановых сплавов

В результате скин-эффекта при индукционном нагреве источники теплоты распределены по сечению заготовки неравномерно: максимальное тепловыделение происходит на поверхности, с увеличением расстояния от поверхности интенсивность источников теплоты падает. Соответственно поверхностные слои имеют более высокую температуру, чем середина (Ошибка! Источник ссылки не найден.а), причем эта разность температур тем больше, чем больше мощность, на которой осуществляется нагрев, и чем выше частота тока.



а)



б)

Рисунок 1.7 – а) разогрев поверхностных слоев заготовки на начальном этапе нагрева заготовки индукционным способом; б) отвод тепла с поверхности заготовки за счет конвекции и излучения

При этом по мере разогрева заготовки происходит рост тепловых потерь в окружающую среду вследствие излучения. Отвод теплоты с внешней поверхности качественно отражается на характере температурного поля: вследствие охлаждения поверхности в глубине заготовки образуется зона, имеющая более высокую температуру, чем поверхность (Рисунок 1.7б).

Характер изменения температурного поля по сечению заготовки в процессе индукционного нагрева и получения расплава внутри слитка иллюстрирует рисунок 1.8.

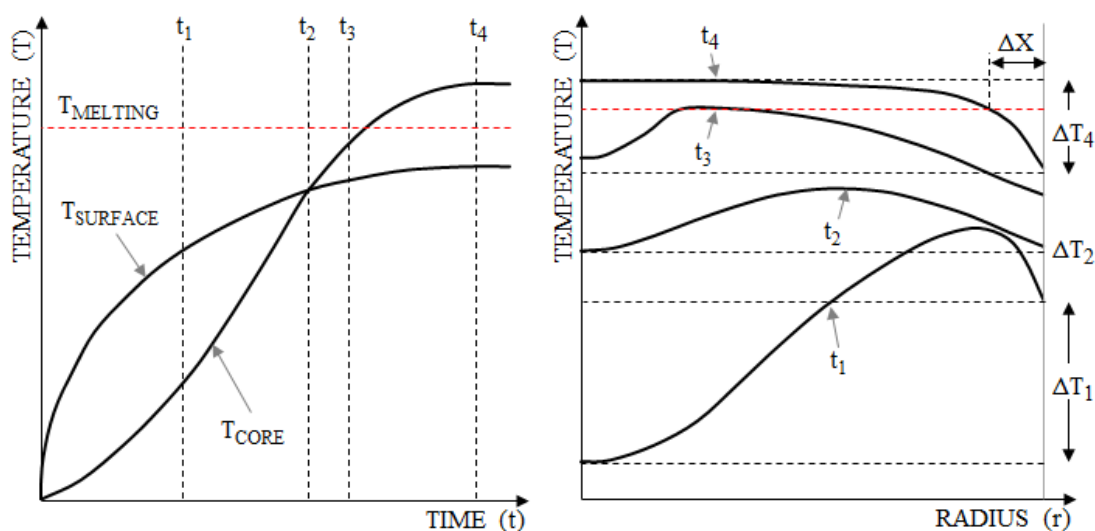


Рисунок 1.8 – Характер распределения температурного поля по радиусу заготовки в процессе индукционного нагрева в различные моменты времени.

До момента времени  $t_1$  происходит интенсивный нагрев поверхности заготовки при постоянном значении подаваемой мощности, температура поверхности значительно превышает температуру центра  $T_{\text{п}} > T_{\text{ц}}$ . Далее значение мощности снижается, и температурный перепад между поверхностью и центром выравнивается. В момент времени  $t_2$  температуры на поверхности и в центре равны  $T_{\text{п}} = T_{\text{ц}}$  и соответственно  $\Delta T_2 = 0$ . Из-за тепловых потерь с поверхности заготовки максимум температуры находится на некоторой глубине

от поверхности. При достижении температуры поверхности уровня  $1400\text{ }^{\circ}\text{C}$  –  $1450\text{ }^{\circ}\text{C}$  и уменьшении мощности максимум температур постепенно переходит в центр заготовки. Это явление имеет место при индукционном нагреве всех металлов, однако для титановых сплавов оно проявляется сильнее из-за низкой теплопроводности и высокой температуры плавления. Перегрев внутренних слоев металла может привести, в конечном счете, к началу их расплавления в момент времени  $t_3$ . Процесс плавления происходит до наступления термодинамического равновесия между энергией, поступающей в заготовку, и тепловыми потерями с её поверхности, когда внутри заготовки образуется зона расплава, отделенная от внешней среды слоем защитного гарниссажа  $\Delta X$  (момент времени  $t_4$ ).

Возможность реализации процесса получения расплава с помощью данной технологии был подтвержден на лабораторном макете, который был изготовлен в институте Электротехнологий Университета Ганновера им. Лейбница.

Макет индукционной системы изображен на рисунке 1.9. Для фиксации заготовки внутри катушки и организации места слива жидкого металла используется специальная металлическая опора, внутри которой располагается форма для расплава. Электрической и тепловой изоляцией между заготовкой и опорой служит кварцевая трубка диаметром 30 мм.



Рисунок 1.9 – Экспериментальный макет индукционной системы

Параметры нагреваемой заготовки:

- Диаметр, мм                      60
- Высота, мм                      100
- Материал                      титановый сплав ВТ6

Электрические параметры системы нагрева на частоте 4кГц:

- Ток индуктора  $\sim 1000-1100\text{A}$
- Напряжение индуктора 60-70В
- Время нагрева  $\sim 720$  секунд (до момента проплавления нижнего торца заготовки)
- Емкость конденсаторной батареи  $\sim 200\text{ мкФ}$

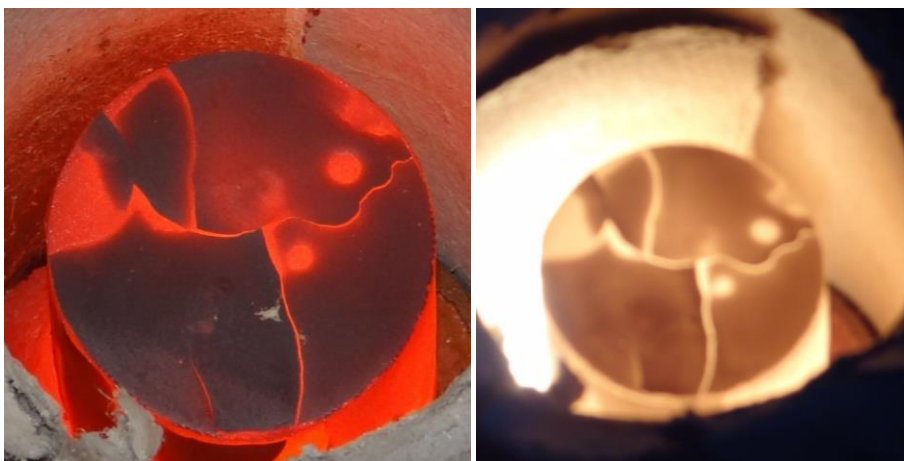


Рисунок 1.10 – Процесс нагрева титановой заготовки



Рисунок 1.11 – Половина заготовки  $\varnothing 60 \times 100$  мм – стенка гарнисажа  $\sim$  в 2 мм

### **1.3 Обзор методов и средств моделирования электромагнитных и термогидродинамических процессов**

#### **1.3.1 Методы решения гидродинамической задачи**

В механике сплошных сред выделяют две точки зрения – Лагранжа и Эйлера [15]. Отсюда существуют разные уравнения гидродинамики и разные численные методы их решения. Таким образом различают лагранжевы и эйлеровы методы, а так же существуют смешанные. Лагранжевы и эйлеровы методы построены на основе уравнений Навье–Стокса описывающих движение ньютоновской несжимаемой жидкости. С точки зрения Лагранжа расчетные точки движутся вместе со средой. С точки зрения Эйлера расчетные точки покоятся, а сплошная среда движется сквозь них. Эйлеровы методы

объединяют в один большой класс сеточных методов, соответственно существуют сеточные и бессеточные лагранжевы методы, где расчетные точки не связаны между собой. По типу решаемых уравнений существует еще метод, основанный на моделировании ньютоновской несжимаемой жидкости с помощью решения кинетического уравнения Больцмана.

К лагранжевым методам относятся – метод сглаженных частиц. Метод сглаженных частиц еще называют бессеточным. Лагранжевы методы по своему принципу имеют свойство формировать свободную поверхность по умолчанию. При этом в эйлеровских методах для формирования свободной поверхности используются лагранжевы дискретные или непрерывные эйлеровы маркеры. Эйлеровы методы хороши тем, что для расчетов используют неподвижную, часто ортогональную и равномерную расчетную сетку. Для лагранжевых методов зачастую требуется огромное количество расчетных точек, которые постоянно меняют свои координаты.

К эйлеровым методам относятся методы решающие уравнение Навье–Стокса осредненное по Рейнольдсу (Reynolds–averaged Navier–Stokes – RANS) [16,17,18]: метод конечного объема, метод крупных частиц и т.д. Прямое численное решение уравнения Навье–Стокса не применяют из-за большой ресурсоемкости расчетов. Для решения проблемы смешиваемости многофазной жидкости применяются методы частиц в ячейках и жидкости в ячейках, или плотность среды в случае с методом крупных частиц.

Также существует метод решения уравнений Навье–Стокса осредненное по пространству – метод крупных вихрей [19], данный метод менее ресурсоемок, чем прямое численное решение Навье–Стокса, но ресурсоемкий по сравнению с методом конечных объемов.

Комбинированный лагранжево – эйлеровый метод типа частиц–в–ячейках и метод крупных частиц, как и лагранжевы методы учитывает границу раздела фаз.

Применение рационального численного моделирования связано не с вычислительными возможностями систем (со временем вычислительные

системы «проглотят» любой метод), а по большей части с проблемой накопления вычислительной погрешности из-за дискретизации [20].

### **1.3.2 Методы решетчатых уравнений Больцмана**

Методы решёточных уравнений Больцмана – (Lattice Boltzmann methods – LBM) – класс методов вычислительной гидродинамики.

Метод LBE представляет собой дискретную модель сплошной среды. Теоретическим основанием метода решетчатых уравнений Больцмана служит тот факт, что поведение сплошной среды на макро уровне слабо зависит от деталей ее микроскопического строения. Особенности структуры и взаимодействия частиц вещества определяют только коэффициенты переноса. Метод решетчатых уравнений Больцмана рассматривает течение как движение ансамбля псевдо – частиц, имеющих некоторую функцию распределения по дискретным скоростям [21].

### **1.3.3 Метода сглаженных частиц**

Метод гладких (сглаженных) частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH) является бессеточным лагранжевым численным методом. Метод может быть реализован в консервативной форме, кроме того, одним из основных его преимуществ является простой переход к трехмерному случаю. Производные вычисляются с помощью сплайн-интерполяции, в соответствии с чем, каждая гладкая частица является точкой интерполяции, в которой известны параметры деформируемой среды. Численное решение во всей области интегрирования получается с помощью интерполяционных функций, для которых эти частицы являются интерполяционными узлами. Таким образом, вычисление градиентов сводится к аналитическому дифференцированию гладких функций [22]. Основная идея метода SPH состоит в дискретизации сплошной среды набором

частиц, которые движутся в потоке жидкости заполняющей некоторую область. Оригинальный метод SPH пригоден для моделирования сжимаемых сред [23]. Для несжимаемых сред применяются либо подходящие уравнения состояния, либо некоторые модификации метода SPH, например полунеявный метод движущихся частиц, (Moving Particle Semi-implicit – MPS). Основными недостатками бессеточных методов является невысокая точность и трудность введения граничных условий.

#### **1.3.4 Метод частиц в ячейках и крупных частиц**

Область решения разбивается эйлеровской сеткой, а сплошная среда дискретизируется лагранжевой сеткой частиц, которые и движутся через эйлерову сетку ячеек. Частицы служат для определения параметров самой жидкости (массы, энергии, скорости), в то время как эйлерова сетка используется для определения параметров поля (давления, плотности, температуры) [24,25].

Метод частиц в ячейках позволяет исследовать сложные явления в динамике сред с границами раздела фаз, частицы хорошо «следят» за свободными поверхностями, взаимодействием разрывов и т.п. Но существуют некоторые недостатки метода, такие как: вычислительная неустойчивость (флуктуации) – возникновение автоколебаний; ресурсоемкость процесса вычисления, с привлечением больших массивов информации, что соответственно неразрывно связано с накоплением погрешности вычислений.

Исходя из концепции непрерывности, рассматривая вместо «частиц» поток массы через границы эйлеровых ячеек получим метод крупных частиц. Плотность потока будет находиться уже из закона сохранения массы, записанного для данной ячейки (крупной частицы). При этом естественно сохранить сильные стороны эйлерово – лагранжевый подход [26].

#### **1.3.5 Метод конечного объема**



В определенной степени решение проблемы моделирования течений в областях сложной геометрии было найдено с появлением метода конечных объемов (МКО). В каждой контрольной точке расчетной области берется небольшой объем и находится балансовое соотношение, их дискретный аналог получается суммированием по всем граням выделенного объема потоков массы, импульса и т.д., вычисленных по каким-либо квадратным формулам. МКО пригоден для дискретизации уравнений гидродинамики как на структурированных, так и на неструктурированных сетках с различной формой ячеек в отличие от других конечных методов.

Достаточно заметить, что МКО используется в таких всемирно известных гидродинамических пакетах, как FLUENT, CFX, STAR-CD, FINE (NUMECA), CFD-ACE и др. [27].

### **1.3.6 Метод жидкости в ячейках**

Метод жидкости в ячейках (Volume of Fluid – VoF) применяется для моделирования нелинейных эффектов на свободной поверхности [28]. Суть метода в том, что две среды рассматриваются как двухкомпонентная среда – специальная функция маркера, которая задает объемную долю жидкости в ячейке: принимает значение равное 1 в ячейках, полностью заполненных жидкостью, значение 0 в пустых ячейках и значение в промежутке от 0 до 1 в частично заполненных ячейках. При этом данная функция удовлетворяет уравнению переноса. Положение свободной поверхности определяется по частично заполненным ячейкам.

VOF метод наиболее популярный и распространённый для решения сложных “мультифизических” задач, который на сегодняшний день применяется в качестве алгоритма решения задач со свободной поверхностью в таких CFD пакетах как FLUENT, Star-CD, CFX, и других.

### **1.3.7 Методы решения электромагнитной задачи**

Электромагнитные процессы описываются дифференциальными уравнениями Максвелла [29]. Для решения данных уравнений на вычислительных системах существуют несколько методов: разностный метод [30], метод конечных элементов и т.д.

Как показывает практика в связи с рядом возможностей, таких как простота исследования неоднородных и анизотропных тел, а также увеличение точности и т.п., метод конечных элементов наиболее подходящий для решения электромагнитной задачи [31].

### **1.3.8 Выбор среды моделирования и средства визуализации**

Методы математического моделирования реализованы в системах решения инженерных задач (Computer-aided engineering – CAE), в таких программных продуктах, как: ANSYS, FLUX, STAR-CD, OpenFOAM и т.д. Данные программные продукты наиболее популярны и давно существуют на рынке программного обеспечения. Эти CAE системы решают задачи гидродинамики, электродинамики, теплопроводности, но у них есть один большой недостаток – отсутствует совместное решение электродинамики и гидродинамики в одном программном обеспечении. С другой стороны данная проблема легко решается взаимодействием 2–3-х программных пакетов через различные интерфейсы, а в связи с развитием новых методов математического моделирования (в гидродинамике в частности), данный недостаток таковым не является.

Каждый программный продукт базируется на каком-либо из методов математического моделирования. В основном это метод конечных элементов, для решения электромагнитной задачи и метод конечных объемов, который хорошо зарекомендовал себя для решения гидродинамики.

На сегодняшний день лидером в численном моделировании является комплекс программного обеспечения ANSYS. Для моделирования

электродинамики и гидродинамики, а так же визуализации в ANSYS входят пакеты: Maxwell, Mechanical ADPL, CFX, Fluent.

Математическая основа ANSYS Maxwell – метод конечных элементов (Finite Element Method – FEM), суть которого заключается в нахождении единственно возможного распределения электромагнитного поля в заданной расчётной области при указанных граничных условиях и возбуждениях. Программное обеспечение с приемлемой точностью рассчитывает статические, гармонические электромагнитные и электрические поля, а также переходные процессы в полевых задачах.

ANSYS Mechanical ADPL мощный программный продукт для построения или импорта моделей, наложение сетки и решения. Инструмент анализа методом конечных элементов предлагают расширенные возможности, которые позволяют моделировать различные физические явления, такие как тепловые напряжения, электромеханические, конструкционно-акустические, масс-диффузионные и простой тепловой анализ жидкости.

ANSYS CFX совмещает в себе передовую технологию решателя с современным пользовательским интерфейсом и адаптивной архитектурой, что делает этот инструмент доступным как для разработчиков, владеющих общими инженерными знаниями, так и для специалистов в области гидродинамики, работающими с моделью и ее свойствами на глубоком уровне. CFX позволяет детально изучить оборудование и процессы изнутри, повысить эффективность, увеличить срок службы и оптимизировать процессы. В состав CFX входит мощный инструмент визуализации CFD-Post.

Программный модуль ANSYS FLUENT имеет широкий спектр возможностей моделирования течений жидкостей и газов для промышленных задач с учетом турбулентности, теплообмена, химических реакций. К примерам применения FLUENT можно отнести задачи обтекания крыла, горение в печах, течение внутри барботажной колонны, внешнее обтекание нефтедобывающих платформ, течение в кровеносной системе, конвективное охлаждение сборки полупроводника, вентиляция в помещениях, моделирование промышленных

стоков. Специализированные модели горения, аэроакустики, вращающихся/неподвижных расчетных областей, многофазных течений серьезно расширяют области применения базового продукта. В FLUENT предусмотрена возможность выполнения дополнительных алгоритмов на C, а также предусмотрен запуск сторонних программных продуктов в процессе расчета. Возможность использования модуля ANSYS CFD-Post для обработки результатов создает комплексное решение для выполнения инженерного анализа в области моделирования течений жидкостей и газов [32].

Также Fluent поддерживает файлы с сеткой, созданные программой ANSYS, и позволяет подключить внешнюю подпрограмму для считывания и интерполяции на используемую для решения гидродинамической задачи сетку из внешних файлов с данными пространственного распределения источниковых членов [33].

Специализированный программный пакет Flux, разработанный французской компанией Ctdrat, предназначен для многопараметрического электромагнитного, теплового и электромеханического анализа 2D и 3D конфигураций моделей электротехнических процессов и установок. Моделирующие возможности программы Flux расширены возможностью задания бесконечных областей, различных граничных условий, разработанных материалов и источников питания. Пакет Flux по вычислительной способности соизмерим с ANSYS, но в нем отсутствует возможность параметрического описания модели, что является значительным недостатком данного продукта [34].

Основным предназначением пакета STAR-CD является его использование в качестве инструмента исследований, проектирования, разработки и оптимизации для задач, связанных с течениями жидкости. Список областей где возможно применение данного пакета достаточно широк: автомобильная, аэрокосмическая промышленность, электроэнергетика, строительство, электроника, судостроение, сталелитейная промышленность, химическая промышленность и др.

Для решения основных уравнений термо– и аэрогидродинамики STARCD использует метод контрольного объема [35].

Программный набор OpenFOAM является активно распространяющейся, некоммерческой, непрерывно совершенствующейся самими пользователями, за счет доступа к исходным кодам, программной платформой. В результате многолетнего непрерывного развития, на сегодняшний день, программа позволяет выполнять прочностные, гидродинамические, в том числе сжимаемых и неньютоновских жидкостей, расчеты турбулентных течений с использованием передовых моделей турбулентности, решать сверхзвуковые задачи, задачи теплопроводности, многофазные задачи, задачи, связанные с деформацией расчетной сетки. Рабочим языком кода программы является объектно–ориентированный C++. Вместе с кодом поставляется набор «решателей», в которых реализованы различные математические модели механики сплошных сред и программа обработки результатов [36].

В связи с возможностью параметрического моделирования и выполнения дополнительных алгоритмов в процессе численного моделирования МГД-устройств удобнее всего использовать комбинацию программного обеспечения ANSYS Mechanical ADPL с модулями электромагнитного расчета и ANSYS Fluent для расчета гидродинамической задачи, а также пакет визуализации ANSYS CDF–Post.

#### **1.4 Постановка задачи**

Для исследования технологии получения расплава внутри титанового слитка бестигельным индукционным способом в работе необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать численную модель индукционной установки для нагрева цилиндрических титановых заготовок;

2. На разработанной модели индукционной установки исследовать возможность получения расплава внутри титанового слитка при разных параметрах установки и влияние их на образование жидкой фазы;

3. На разработанной модели индукционной установки произвести анализ зависимостей получения жидкого титана внутри слитка и определение оптимальных параметров.

## **2 Математическая модель физических процессов образования жидкой фазы внутри титанового слитка**

### **2.1 Математическая модель электромагнитных процессов**

#### **2.1.1 Постановка задачи и основные допущения**

Моделирование процессов образования жидкой фазы внутри титанового слитка начинается с решения электромагнитной задачи. Эскиз индукционной установки для получения внутри титанового слитка расплава представлена на рисунке Рисунок 2.1, состоит из индуктора 1 и титанового слитка цилиндрической формы 2. Система "индуктор – заготовка" имеет осевую симметрию, и электромагнитная задача может быть решена в осесимметричной 2D постановке.

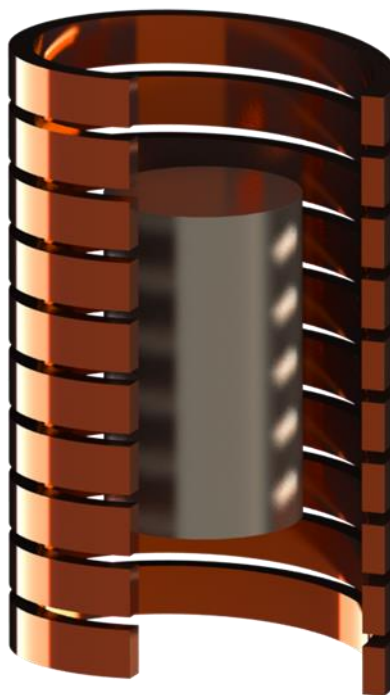


Рисунок 2.1 – Эскиз индукционной установки

Оценка влияния движения металла на электромагнитное поле (ЭМП) выполняется по магнитному числу Рейнольдса:

$$\text{Re}_m = \mu_a \cdot \gamma \cdot v_0 \cdot l_0 = 0,012, \quad (2.1)$$

где  $\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость ( $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);  
 $\gamma$  – удельная электрическая проводимость ( $0,62 \cdot 10^6$  1/Ом·м);  
 $v_0$  – характерная скорость (1 м/с);  
 $l_0$  – характерный размер (0,015 м).

Так как  $Re_M \leq 1$ , электромагнитную задачу можно решить без учета влияния поля скоростей в металле.

Таким образом, для решения электромагнитной задачи, приняты следующие допущения:

1. электромагнитное поле в расчетной области изменяется по гармоническому закону и в 2D постановке имеет осевую симметрию;
2. влиянием движения металла в объеме слитка и тигля и поступательным движением слитка на магнитное поле пренебрегаем.

### 2.1.2 Математическая модель

Система уравнений, описывающих электромагнитное поле, записанная относительно векторного и скалярного потенциалов (2.2 и 2.3) и уравнения непрерывности (2.4) имеют вид [29,37]:

$$\nabla^2 \cdot A - \nabla \cdot \left( \nabla \cdot A + \varepsilon_a \cdot \mu_a \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - \varepsilon_a \cdot \mu_a \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_a \cdot \delta; \quad (2.2)$$

$$\nabla^2 \cdot \varphi + \frac{\partial \nabla \cdot A}{\partial t} = -\frac{\rho_q}{\varepsilon_a}; \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \delta = -\frac{\partial \rho_q}{\partial t}, \quad (2.4)$$

где  $A$  – векторный потенциал;



$\varphi$  – скалярный потенциал неподвижных зарядов;  
 $\delta$  – векторная плотность тока;  
 $\varepsilon_a$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость;  
 $\rho_q$  – плотность свободных зарядов;  
 $t$  – время.

Вектор плотности тока уравнений (2.2) и (2.4) имеет вид:

$$\delta = \gamma \cdot \left( -\nabla \cdot \varphi - \frac{\partial A}{\partial t} + v \times (\nabla \times A) \right), \quad (2.5)$$

где  $v$  – вектор скорости.

Пренебрегая токами смещения, а также накладывая кулоновскую калибровку ( $\nabla \cdot A = 0$ ) и учитывая отсутствие в расчетной области свободных электрических зарядов ( $\rho_q = 0$  и  $\varphi = 0$ ), уравнения (2.2 – 2.4) можно записать в следующем виде [38]:

$$\nabla^2 \cdot A = -\mu_a \cdot \delta; \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \delta = 0. \quad (2.7)$$

Вектор плотности тока принимает следующий вид:

$$\delta = \gamma \cdot \left( \frac{\partial A}{\partial t} + v \times (\nabla \cdot A) \right). \quad (2.8)$$

Анализ электромагнитного поля в расчетной области сводится к решению системы уравнений (2.6 – 2.8) в 3D постановке относительно трех компонент векторного потенциала, в 2D постановке относительно азимутальной компоненты векторного потенциала.

С учетом принятых допущений, уравнения можно записать в комплексном виде:

$$\nabla^2 \cdot \dot{A} = -\mu_a \cdot \dot{\delta}; \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \dot{\delta} = 0; \quad (2.10)$$

$$\dot{\delta} = -j \cdot \gamma \cdot \omega \cdot \dot{A}, \quad (2.11)$$

где  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  – циклическая частота электромагнитного поля.

Дополним систему уравнений (2.9 – 2.11) граничными условиями.

Считая, что окружающая среда расчетной области имеет идеальные магнитные свойства ( $\mu = 0$ ), на границах расчетной области будут выполняться условия [39]:

– для касательной составляющей векторного потенциала:

$$\frac{\partial \dot{A}_\tau}{\partial n} = 0; \quad (2.12)$$

– для нормальной составляющей векторного потенциала:

$$\dot{A}_n = 0, \quad (2.13)$$

где  $n$  – нормаль к поверхности расчетной области.

Для выполнения электромагнитного расчета исходными данными служат геометрические параметры системы, удельное электрическое сопротивление индуктора, жидкой и твердой фазы заготовки, а также амплитуда и частота питающего индуктор тока.

Построение параметрической модели, расчет и анализ электромагнитного поля проводился в ANSYS.

Для построения структурированной расчетной сетки и возможности регулирования размера элементов во всех направлениях в модели системы

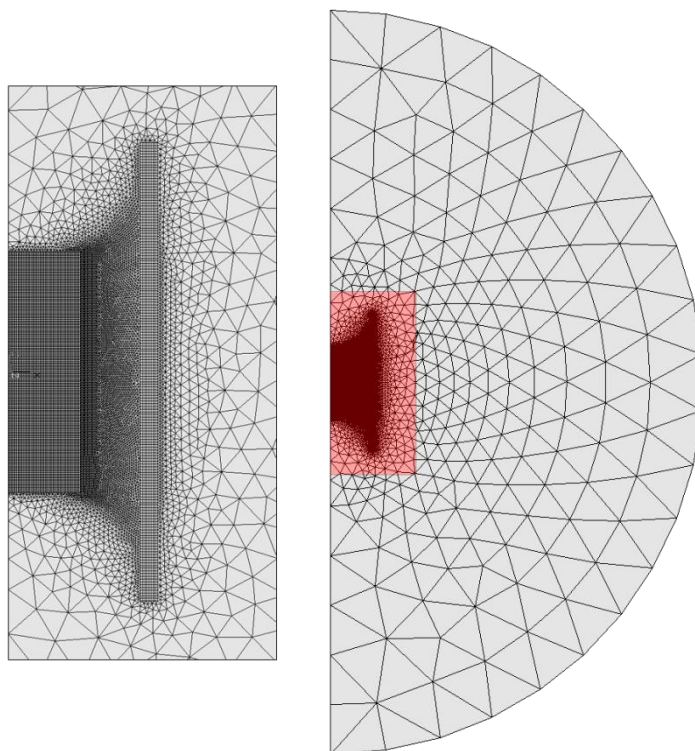


Рисунок 2.2 – Сетка элементов электромагнитной задачи

были выделены вспомогательные подобласти заготовки, индуктора, расчетной области и области бесконечности. В расчетной области сетка была более детализированная, чем в области имитации бесконечности. Область имитации бесконечности использовалась для максимального исключения влияния граничных условий на решение задачи и, таким образом, границы расчетной области были значительно удалены от области заготовки и индуктора. Радиус расчетной области равен расстоянию от центральной точки на поверхности области слитка до наиболее удаленной точки области индуктора, увеличенному в 1,5 раза. Радиус области бесконечности равен радиусу расчетной области увеличенному в 3 раза. При этом размер элементов в области бесконечности увеличивается по мере удаления от расчетной области. Полученная сетка элементов представлена на Рисунок 2.2.

Для решения электромагнитной задачи в ANSYS использовались элементы PLANE53, предназначенные для расчета магнитного поля относительно векторного магнитного потенциала, записанного в кулоновской калибровке в 2D постановках.

## **2.2 Математическая модель термогидродинамических процессов**

### **2.2.1 Постановка задачи и основные допущения**

Следующим этапом математического моделирования является решение термогидродинамической задачи на основании результатов, полученных при выполнении электромагнитного расчета. Термогидродинамический расчет выполняется только в области заготовки 2 (Рисунок 2.1) с заданием требуемых граничных и начальных условий.

Влияние электромагнитного поля на гидродинамику учитывается введением в уравнения движения и энергии соответствующих источниковых членов, полученных при выполнении электромагнитного расчета.

Предварительную оценку характера термогидродинамических процессов, протекающих в жидком металле, находящемся в электромагнитном поле, можно выполнить через критерии подобия гидродинамики и магнитной гидродинамики.

Число Гартмана характеризует отношение электромагнитных сил к вязким:

$$Ha = B_0 \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \cdot l_0 = 52, \quad (2.14)$$

где  $B_0$  – магнитная индукция (0,2 Тл);

$\mu$  – динамическая вязкость (0,00203 Па·с).

Так как число Гартмана больше 1, электромагнитное поле оказывает существенное влияние на движение расплава.

Число Рейнольдса характеризует отношением инерционных сил к вязким:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_0}{\mu} \cdot l_0 = 28 \cdot 10^3, \quad (2.15)$$

где  $\rho$  – плотность (3919 кг/м<sup>3</sup>).

Диапазон значение числа Рейнольдса 2300 – 10000 относятся к переходному режиму течения, то есть неустойчивая турбулентность. Так как значение более 10000, наиболее вероятно, что режим течений будет турбулентным, и требуется использование моделей турбулентности.

Число Рэлея характеризует отношение подъемных сил к вязким:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot c \cdot \rho^2}{\mu \cdot \lambda} \cdot l_0^3 = 37 \cdot 10^3, \quad (2.16)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения (9,8 м/с<sup>2</sup>);

$\beta$  – коэффициент линейного теплового расширения ( $10 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>);

$\Delta T$  – разность температур между стенкой и жидкостью (50 К);

$c$  – теплоемкость (880 Дж/(кг·К));

$\lambda$  – теплопроводность (15 Вт/(м·К)).

Поскольку полученное число Рэлея превышает диапазон переходных значений (1100 – 1700), при решении термогидродинамической задачи необходимо учитывать возможность возникновения свободноконвективных течений.

Термогидродинамическая задача, аналогично электромагнитной задаче, может быть решена в осесимметричной 2D постановке. Однако выбор между 2D и 3D постановкой в данном случае будет зависеть не только от геометрии расчетной области, но и от выбора модели турбулентности.

Как показали результаты исследований корректности термогидродинамических расчетов, на примере индукционной тигельной печи

[40–42], модели турбулентности, основанные на Рейнольдсовом осреднении уравнений Навье-Стокса (RANS), дают результаты достаточной точности с наименьшими затратами вычислительного времени. Наиболее точные результаты, дают модели прямого численного моделирования турбулентности (DNS – Direct Numerical Simulation) [17,43,44]. Поскольку турбулентность исключительно пространственное явление, использование этих моделей возможно только при решении переходной задачи в 3D постановке. Использование полной DNS модели в инженерных расчетах неэкономично, так как она требует разрешения даже самых мелких вихрей. В таких случаях применяют прямое численное моделирование с использованием подсеточного моделирования микромасштабной турбулентности (LES – Large Eddy Simulation).

Для учета влияния процессов, протекающих при затвердевании слитка, термогидродинамическая модель дополняется моделью кристаллизации и плавления, основанной на методе «энтальпия–пористость».

Таким образом, для решения термогидродинамической задачи, были приняты следующие допущения:

1. модель имеет осевую симметрию и решается в 2D постановке;
2. рассчитывается осредненное поле скоростей;
3. турбулентность учитывается через решение дополнительных уравнений переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций и удельной скорости диссипации.

### **2.2.2 Математическая модель**

Система уравнений для термогидродинамических процессов, состоит из уравнений сохранения массы (2.17), движения (2.18) и энергии (2.19):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot v) = s_m; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot v) + \nabla(\rho \cdot v \cdot v) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho \cdot g + s_v; \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot H) + \nabla(\rho \cdot v \cdot H) = \nabla(k \cdot \nabla \cdot T) + s_h, \quad (2.19)$$

где  $s_m$ ,  $s_v$ ,  $s_h$  – источниковые члены уравнения сохранения массы, движения и энергии;

$p$  – давления;

$\tau$  – тензор вязких напряжений.

Для учета свободноконвективных движений используется приближение Буссинеска–Обербека [45–48]. В данном приближении зависимость плотности от температуры линеаризуется и учитывается лишь при массовых силах:

$$\rho(T) = \rho_0 \cdot (1 - \beta \cdot (T - T_0)) \quad (2.20)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости при температуре  $T_0$ .

Таким образом, жидкость можно рассматривать, как несжимаемую. В качестве источниковых членов уравнений движения и энергии, при решении задач магнитной гидродинамики, служат сила Лоренца  $f_{эм}$  и Джоулева энергия  $q_{эм}$ . С учетом выше сказанного система уравнений (2.17 – 2.19) принимает вид:

$$\nabla v = 0; \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \rho \cdot v}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot v) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho(T) \cdot g + f_{эм}; \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \rho \cdot H}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot H) = \nabla(\lambda \cdot \nabla T) + q_{эм}. \quad (2.23)$$

Компоненты тензора вязких напряжений  $\tau$  определяется как:

$$-\rho_0 \cdot \bar{v}' \cdot \bar{v}' = \mu_t \cdot \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \rho_0 \cdot k + \mu_t \cdot \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \cdot \delta_{ij}, \quad (2.24)$$

где  $\mu_t$  – турбулентная вязкость;

$k$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций.

Для моделирования турбулентности методом осреднения Рейнольдса использовалась модель переноса касательных напряжений Ментера (SST – Shear Stress Transport) [49,50], эффективно сочетающая надежность и точность описания пристеночных течений от  $k$ – $\omega$  модели и свободно–сдвиговых течений от  $k$ – $\varepsilon$  модели. Это обеспечивается путем суперпозиции этих моделей с введением функции перехода.

Уравнения переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций и удельной скорости диссипации имеют вид:

$$\frac{\partial \rho_0 \cdot k}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot k) = \nabla(\Gamma_k \cdot \nabla \cdot k) + \tilde{G}_k - Y_k + s_k; \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \rho_0 \cdot \omega}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot \omega) = \nabla(\Gamma_\omega \cdot \nabla \cdot \omega) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + s_\omega, \quad (2.26)$$

где  $\Gamma_k$ ,  $\Gamma_\omega$ ,  $D_\omega$ ,  $\tilde{G}_k$ ,  $G_\omega$ ,  $Y_k$ ,  $Y_\omega$  – эмпирические члены диффузии, генерации и диссипации  $k$  и  $\omega$  модели SST с заложенной функцией переключения набора постоянных, в зависимости от расположения относительно пристеночного течения [49,50];

$s_k$ ,  $s_\omega$  – источниковые члены уравнений переноса  $k$  и  $\omega$ .

В этом случае турбулентная вязкость определяется как:

$$\mu_t = \rho_0 \cdot \frac{k}{\omega} \cdot C, \quad (2.27)$$



где  $C$  – эмпирическая постоянная, значение которой также переключается в зависимости от расположения относительно пристеночного течения.

При использовании моделей турбулентности теплопроводность, входящая в выражение (2.19) называется эффективной теплопроводностью и определяется следующим образом:

$$\lambda_{eff} = \lambda + \frac{c \cdot \mu_t}{Pr_t}, \quad (2.28)$$

где  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля равно 0,85.

Для моделирования процессов кристаллизации и плавления был использован метод «энтальпия–пористость», наиболее удобный и дающий хорошие результаты в расчетах, связанных с непрерывным затвердеванием заготовки [51–53]. В этом случае энтальпия определяется следующим образом:

$$H = h + \beta \cdot L, \quad (2.29)$$

где  $\beta$  – доля жидкой фазы;

$L$  – скрытая теплота материала.

Доля жидкой фазы определяется следующим образом:

$$\beta = \begin{cases} 0 & T < T_{тв} \\ 1 & \text{при } T > T_{жид} \\ \frac{T - T_{тв}}{T_{тв} - T_{жид}} & T_{тв} < T < T_{жид} \end{cases}, \quad (2.30)$$

где  $T_{тв} - T_{жид}$  – диапазон температур фазового перехода.

Учет влияния кристаллизации на характер турбулентных течений осуществляется введением дополнительных источников членов в уравнения движения, переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций и удельной скорости диссипации [51]:

$$s_{\phi} = \frac{(1-\beta)^2}{(\beta^3 + \xi)} \cdot A \cdot \phi, \quad (2.31)$$

где  $s_{\phi}$  – выражает  $s_v$ ,  $s_k$  и  $s_{\omega}$  соответственно;

$\phi$  – выражает  $|v - v_{\text{выт}}|$ ,  $k$ ,  $\omega$  соответственно;

$v_{\text{выт}}$  – скорость вытягивания;

$\xi = 0,001$  – число, предотвращающее деление на 0;

$A$  – постоянная двухфазной зоны, выражающая быстроту перехода скорости к нулю при затвердевании.

Таким образом, система уравнений, описывающих термогидродинамические процессы в электромагнитном поле, с учетом процесса плавления, будет иметь вид:

$$\nabla v = 0; \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \rho_0 \cdot v}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot v) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho(T) \cdot g + \frac{(1-\beta)^2}{(\beta^3 + \xi)} \cdot A \cdot |v - v_{\text{выт}}| + f_{\text{эм}}; \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \rho_0 \cdot H}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \cdot v \cdot H) = \nabla(\lambda \cdot \nabla T) + q_{\text{эм}}. \quad (2.34)$$

Дополним систему уравнений (2.32 – 2.34) граничными условиями. Для границ, соответствующих стенкам заготовки, выполняется условие прилипания:

$$v = 0. \quad (2.35)$$

Теплообмен стенок с окружающей средой происходит по закону Стефана–Больцмана:

$$-\lambda \cdot \nabla T = \sigma \cdot C \cdot (T_{нов}^4 - T_{ос}^4), \quad (2.36)$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана ( $5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>));

$C$  – коэффициент черноты.

В качестве начальных условий задается начальная температура и скорость.

Шаг по времени выберется из условия Куранта:

$$\Delta t \leq C_\tau \cdot \frac{h_{\min}}{v_0}, \quad (2.37)$$

где  $C_\tau$  – число Куранта принимается равным 0,8;

$h_{\min}$  – минимальный размер элемента.

Для выполнения термогидродинамического расчета, с учетом процесса плавления, исходными данными служат плотность, теплоемкость, теплопроводность расплава в твердом и жидком состоянии, вязкость, коэффициент объемного расширения, скрытая теплота плавления, диапазон температур фазового перехода, начальные значения температуры и скорости, коэффициенты черноты и значения температуры окружающей среды, распределение источников членов уравнений движения и энергии.

Построение геометрической модели термогидродинамической части задачи проводилось в ANSYS. Элементы расчетной сетки во всех областях структурированы и имеют форму гексаэдра. Расчет и дальнейший анализ термогидродинамических процессов проводился во Fluent.

### **2.3 Алгоритм работы расчетной системы для решения электромагнитной и термогидродинамической задачи**

На сегодняшний день существует несколько подходов к решению многофазной МГД задачи и способов их реализации [54,55]. Одним из таких подходов реализованных на основе сопряжения пары программ ANSYS–Fluent и ANSYS–CFX является способ, представленный в работе [56] для нахождения формы свободной поверхности левитирующего в электромагнитном поле расплава. Особенностью данного подхода является то, что в электромагнитную задачу передаются непосредственно координаты границ раздела фаз при  $\beta = 0.5$ . На основании этих координат происходит перестроение геометрии и сетки расчетной области электромагнитной задачи, в то время как гидродинамическая задача решается на фиксированной сетке VOF методом. Данный подход в некоторых случаях позволяет получить наиболее точные результаты, особенно при больших градиентах электромагнитных величин на границе раздела фаз. Однако затраты вычислительных ресурсов на полное перестроение геометрии и нерегулярной сетки электромагнитной задачи на каждой итерации гидродинамической задачи могут существенно замедлить скорость расчета, что не всегда оправданно.

Таким образом, предложен альтернативный алгоритм решения таких задач на базе программных продуктов ANSYS и Fluent [57]. Особенностью является передача непосредственно полного распределения требуемой величины в расчетной области термогидродинамической части задачи. Такой подход может быть применен для широкого класса МГД задач, в том числе с распределением различных фаз, границы раздела которых находятся в области концентрации электромагнитного поля и приводят к его ответному искажению.

Численное решение термогидродинамической части задачи с учетом фазового перехода и турбулентных явлений реализовано во Fluent, электромагнитной части в ANSYS Classic. Для обеспечения передачи источниковых членов уравнений движения и энергии, полученных в результате

решения электромагнитной части задачи, из ANSYS во Fluent и передачи распределения жидкой фазы, полученной в результате решения термогидродинамической части задачи, из Fluent в ANSYS разработан и реализован алгоритм обмена данными. Для реализации алгоритма были использованы функциональный язык Scheme, структурный язык С с библиотекой User-defined function (UDF) на базе встроенного компилятора Fluent и специальный сценарный язык Ansys parametric design language (APDL). Алгоритм можно разделить на две части: подготовительную (Рисунок 2.3) и расчетную (Рисунок 2.4).

На подготовительной стадии происходит: компиляция UDF части программы; ввод исходных данных; построение и загрузка сеток электромагнитной и гидродинамической задачи и их сопряжение; настройка начальных и граничных условия; задание материалов; формирование структуры массивов для обмена данными.

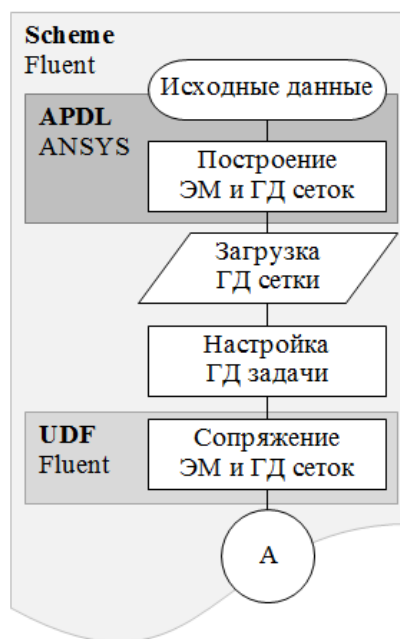


Рисунок 2.3 – Подготовительная часть алгоритма работы программы

После завершения подготовительной части алгоритм переходит к выполнению циклического решения нестационарной гидродинамической задачи. Первым шагом в цикле является расчет  $i$ -ой итерации

гидродинамической задачи. После завершения расчета из результатов автоматически извлекается распределение жидкой фазы  $\beta$  и ее интерполяция на электромагнитную сетку, и передача в ANSYS. На основании распределения  $\beta$  происходит корректировка электрофизических свойств заготовки. Далее решается гармоническая электромагнитная задача в системе «индуктор – заготовка». Полученные удельные электромагнитные силы и мощность передаются как источники движения и энергии для интерполяции во Fluent. Условием завершения цикла решения является отсутствие изменения в энтальпии системы. После завершения цикла результаты передаются для автоматической или ручной обработки в постпроцессор CFD–Post.

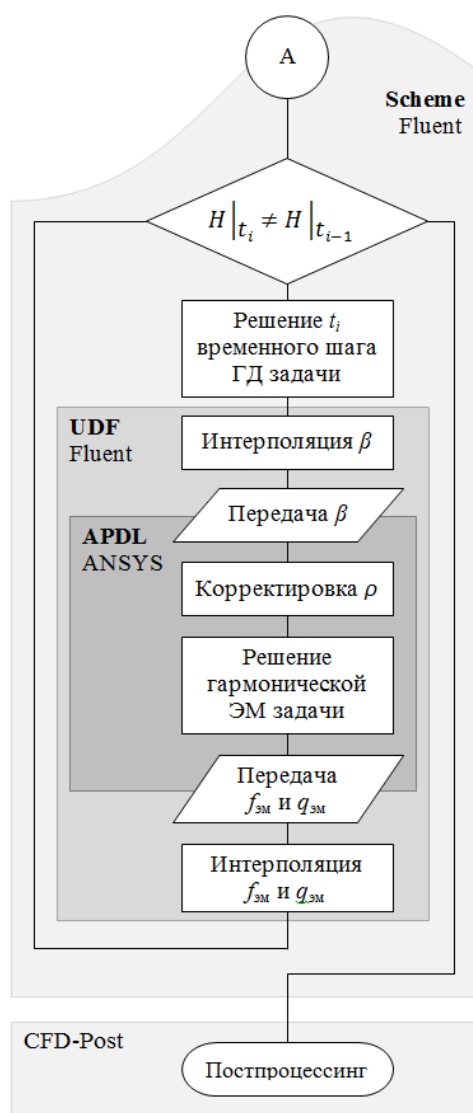


Рисунок 2.4 – Расчетная часть алгоритма работы программы

### 3 Результаты численного моделирования и их анализ

#### 3.1 Параметры модели и исходные данные

На основе построенной математической модели был проведен численный эксперимент по образованию жидкой фазы внутри цилиндрического слитка. Коэффициент черноты на поверхности заготовки был принят равным 0,5. Для исследования было выбрано два размера заготовки. Основные геометрические размеры системы приведены на рисунке 3.1. Значения параметров системы приведены в таблице 3.1.

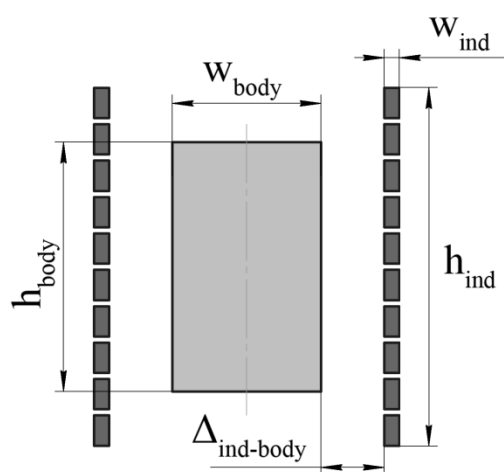


Рисунок 3.1 – Основные геометрические параметры системы

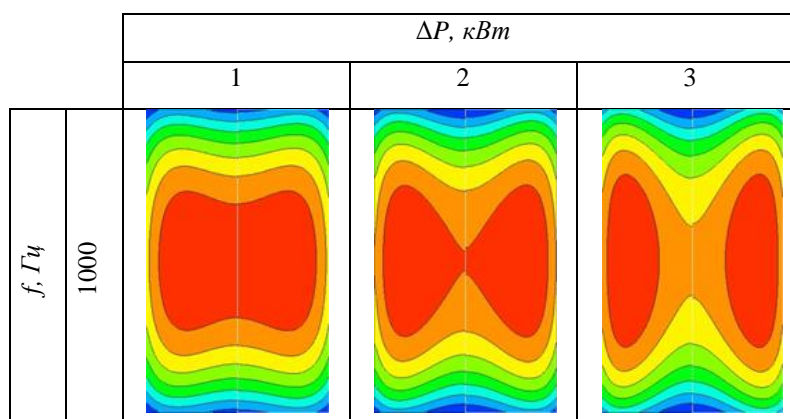
Таблица 3.1 – Значения параметров системы

Наименование	Обозначение единицы измерения	Значение	
		Маленький слиток	Большой слиток
Геометрические параметры			
Высота заготовки	$h_{body}$ , $\mathcal{M}$	0,100	0,600
Ширина заготовки	$w_{body}$ , $\mathcal{M}$	0,060	0,360
Высота индуктора	$h_{ind}$ , $\mathcal{M}$	0,190	1,140
Толщина индуктора	$w_{ind}$ , $\mathcal{M}$	0,007	0,007
Зазор	$\Delta_{ind-body}$ , $\mathcal{M}$	0,025	0,025
Базовые энергетические параметры			
Ток в индукторе (МДС)	$I \cdot w$ , $A \cdot витков$	25000	143000
Частота тока	$f$ , $\kappa \Gamma \mathcal{U}$	4000	250

В качестве моделируемого материала заготовки был выбран сплав ВТ6. Принятые физические свойства сплава приведены в приложении А.

### 3.2 Анализ результатов

Характер процесса образования жидкой фазы внутри заготовки определяется распределением температурного поля в сечении заготовки на момент достижения температуры начала плавления. Выравнивание температурного поля до начала плавления происходит только за счет теплопроводности с учетом тепловых потерь с поверхности заготовки и зависит от интенсивности и распределение электромагнитных источников тепла. В свою очередь интенсивность и распределение этих источников зависит от величины питающего индуктор тока (подводимой к системе мощности) и его частоты соответственно. Одновременно с этим, необходимым условием начала плавления является запас мощности ( $\Delta P$ ) достаточный для повышения температуры на требуемую величину. Для анализа, полученного при окончании стадии нагрева, температурного поля были построены картины его распределения в сечении заготовки при различных энергетических параметрах системы для маленького слитка (рисунок 3.2).





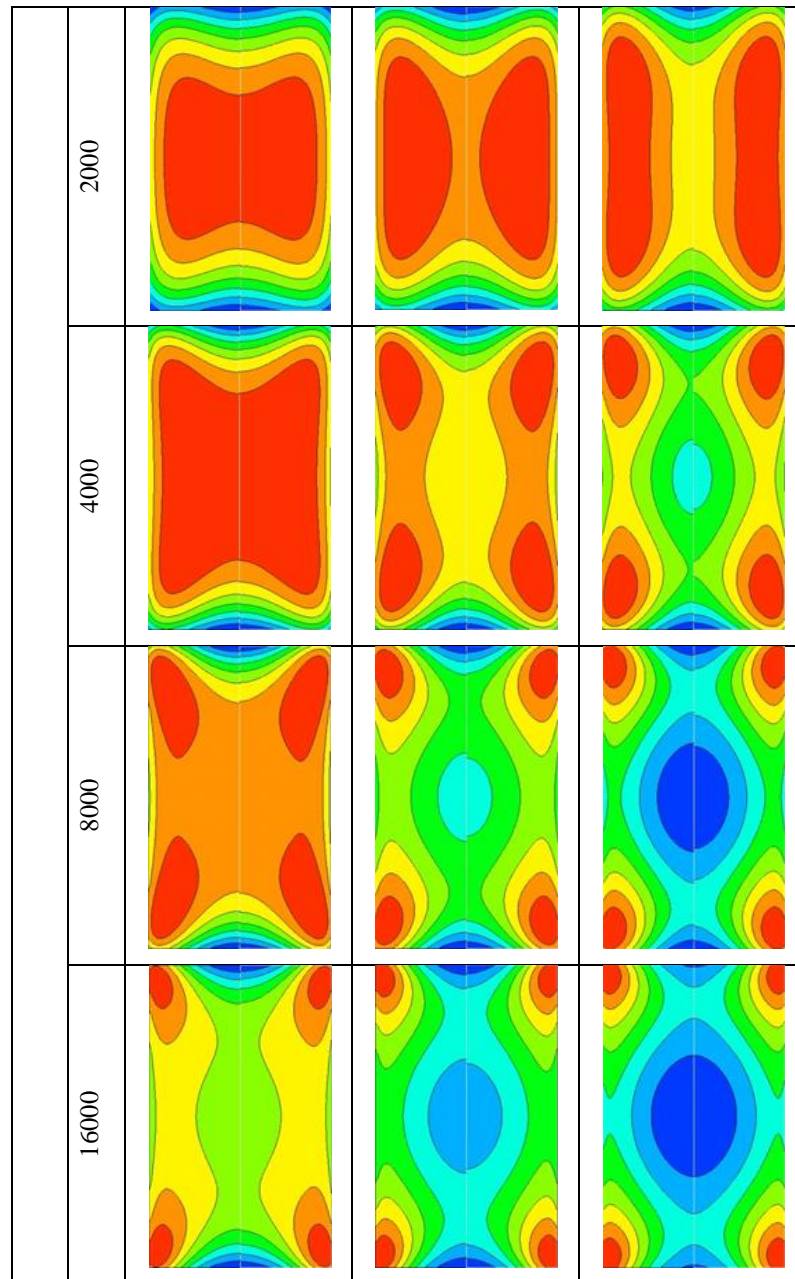


Рисунок 3.2 – Распределение температурного поля в маленьком слитке в момент начала плавления при различных энергетических параметрах системы

Под запасом мощности понимается разность между тепловой мощностью от протекания вихревых токов в объеме заготовки и мощностью тепловых потерь излучением с поверхности заготовки:

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \int_{V_{body}} \gamma \cdot (-j \cdot \omega \cdot A)^2 dV - \int_{S_{body}} \sigma \cdot C \cdot (T^4 - T_0^4) dS \quad (3.2)$$

где  $V_{body}$ ,  $S_{body}$  – объем и площадь заготовки;

$P_{in}$  – активная электромагнитная мощность в объеме заготовки;

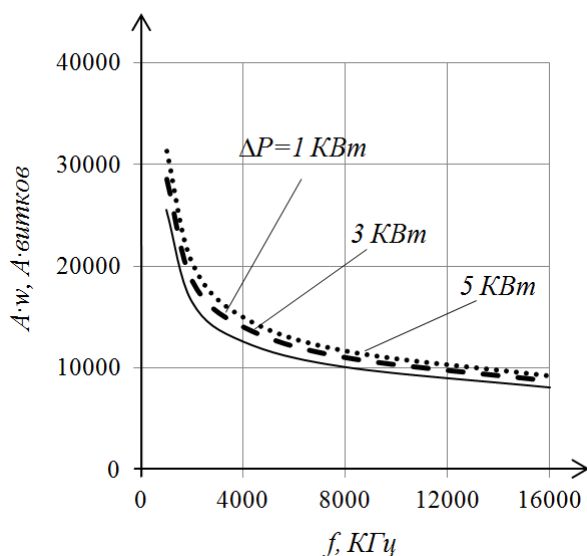
$P_{out}$  – мощность тепловых потерь с поверхности заготовки.

Активная электромагнитная мощность в объеме заготовки при заданных геометрических параметрах системы зависит только от величины частоты и питающего индуктора тока. Мощность тепловых потерь с поверхности заготовки зависит от распределения температурного поля на поверхности заготовки. Разность этих мощностей, помимо распределения температурного поля, определяет время протекания процесса. Для оценки взаимосвязи этих параметров была решена задача на поиск величины тока обеспечивающей заданную разность мощности на разных частотах. Полученные результаты приведены в таблице 3.3 и на рисунке 3.3.

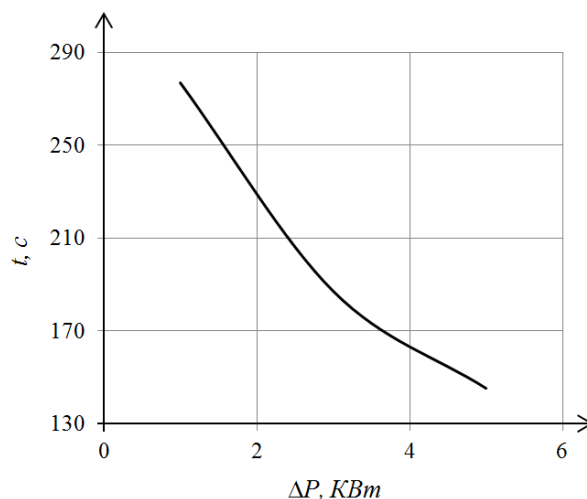
Таблица 3.3 – Взаимосвязь тока, частоты, распределения мощности в системе и времени нагрева в маленьком слитке

Частота, Гц	$P_{ind}$ , кВт	$P_{in}$ , кВт	$P_{out}$ , кВт	МДС, А·витков	КПД, %	Время нагрева, с
$\Delta P = 1 \text{ кВт}$						
1000	8,828	8,768	7,706	25500	49,8	283.75
2000	5,199	9,089	8,013	16500	63,6	278.75
4000	4,261	9,578	8,572	12600	69,2	277.75
8000	3,844	9,888	8,866	10100	72,2	273.50
16000	3,488	9,836	8,740	8100	73,8	269.75
$\Delta P = 3 \text{ кВт}$						
1000	11,028	10,952	7,954	28500	49,8	191.75
2000	6,536	11,427	8,356	18500	63,6	187.50
4000	5,261	11,825	8,719	14000	69,2	184.50
8000	4,560	11,729	8,612	11000	72,0	184.25
16000	4,024	11,347	8,295	8700	73,8	187.00
$\Delta P = 5 \text{ кВт}$						
1000	13,301	13,210	8,158	31300	49,8	147.50
2000	7,870	13,758	8,598	20300	63,6	144.50

4000	6,039	13,575	8,641	15000	69,2	147.25
8000	5,159	13,289	8,303	11700	72,0	146.50
16000	4,549	12,827	7,817	9250	73,8	145.75



(a)



(б)

Рисунок 3.3 – Требуемая величина тока для обеспечения заданного запаса мощности при различных частотах (а) и среднее время нагрева для разного запаса мощности (б) в маленьком слитке

Как видно из представленных выше результатов увеличение подводимой к системе мощности позволяет ускорить время нагрева заготовки, однако в данном случае температурное поле не успевает выравниваться и образование жидкой фазы начнется вблизи поверхности заготовки, что может привести к ее преждевременному проплавлению. Увеличение частоты также приводит к смещению зоны максимальных температур к поверхности. Таким образом, важным условием стабильности процесса с достижением максимального объема жидкой фазы является правильный выбор запаса мощности (величины тока в индукторе) и частоты.

Аналогичные расчеты были проведены для большого слитка с геометрическими размерами, представленными в таблице 3.1. В качестве исследуемых частот были приняты 50, 250, 500, 1000 Гц при запасае мощности

( $\Delta P$ ) 50, 150 и 250 кВт. Полученные результаты в аналогичном формате приведены на рисунке 3.4, 3.5 и в таблице 3.4.

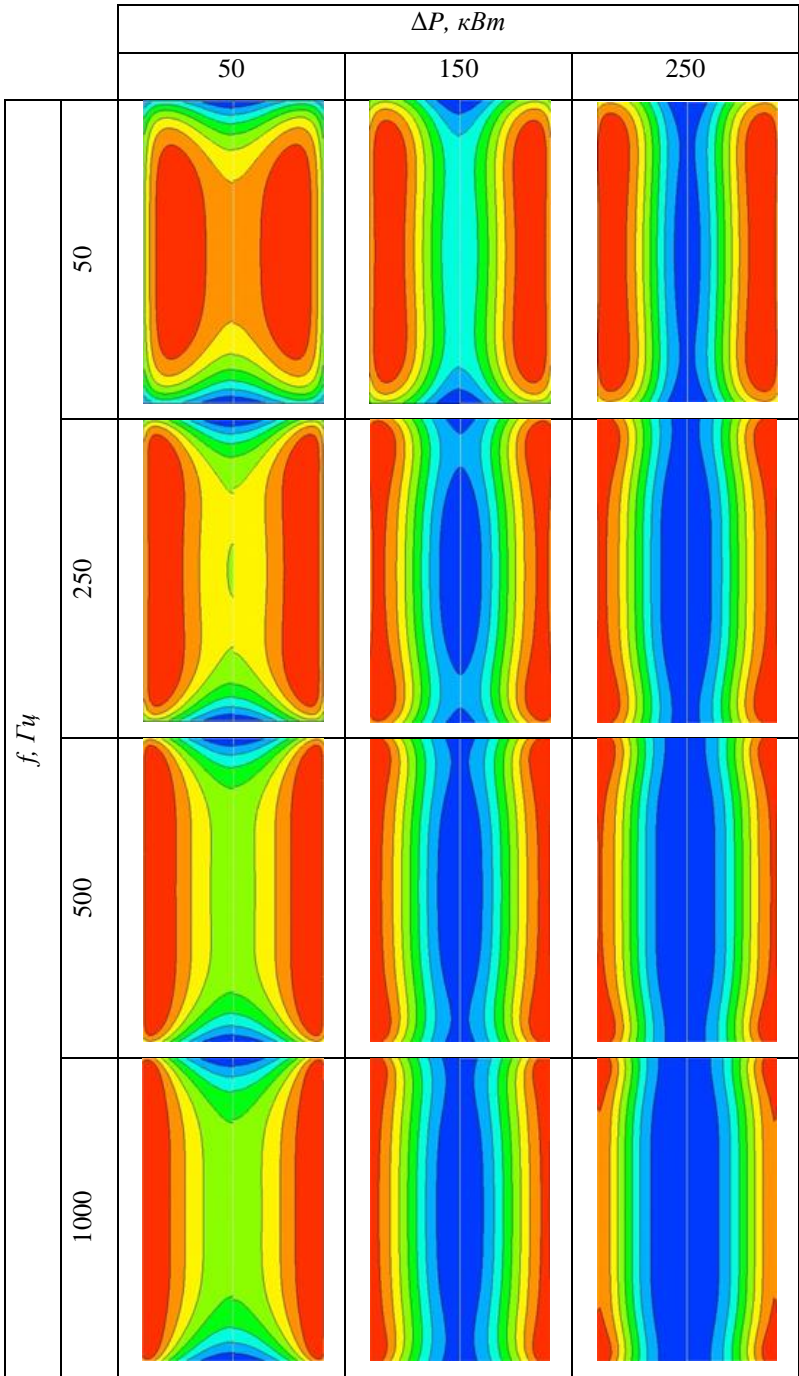
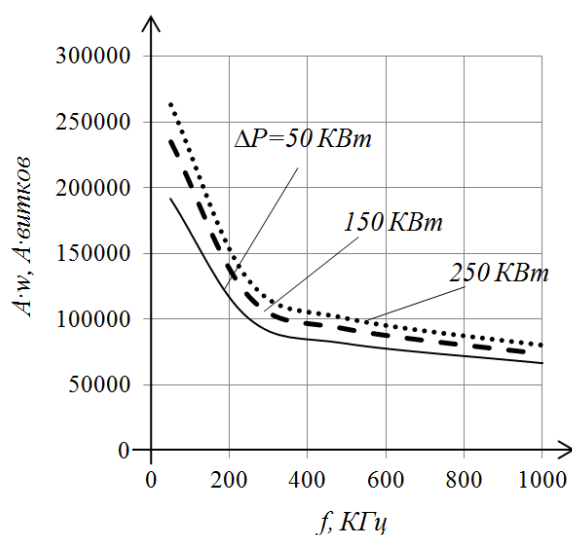


Рисунок 3.4 – Распределение температурного поля в большом слитке в момент начала плавления при различных энергетических параметрах системы

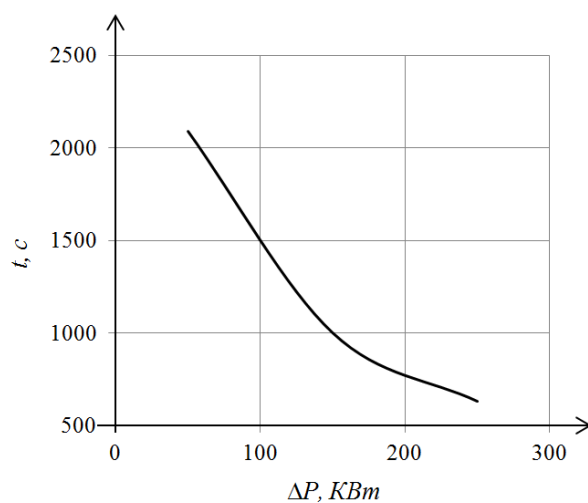
Таблица 3.4 – Взаимосвязь тока, частоты, распределения мощности в системе и времени нагрева в большом слитке

Частота, Гц	$P_{инд}$ , кВт	$P_{in}$ , кВт	$P_{out}$ , кВт	МДС, А·витков	КПД, %	Время нагрева,
-------------	-----------------	----------------	-----------------	---------------	--------	----------------

						$c$
$\Delta P = 50 \text{ KBm}$						
50	71,7	252,0	195,7	191520	77,8	2040
250	46,5	293,2	244,4	100548	86,3	2090
500	44,3	309,7	263,0	81396	87,5	2100
1000	43,0	321,1	275,8	66553	88,2	2110
$\Delta P = 150 \text{ KBm}$						
50	107,6	378,2	222,5	234612	77,8	1110
250	62,8	395,8	241,6	116827	86,3	1020
500	56,8	397,2	245,1	92169	87,5	980
1000	52,1	389,0	243,5	73256	88,2	975
$\Delta P = 250 \text{ KBm}$						
50	135,6	476,5	231,2	263340	77,8	775
250	76,9	484,6	229,6	129276	86,3	630
500	67,6	472,6	224,0	100548	87,5	585
1000	62,5	466,2	209,6	80199	88,2	510



(a)

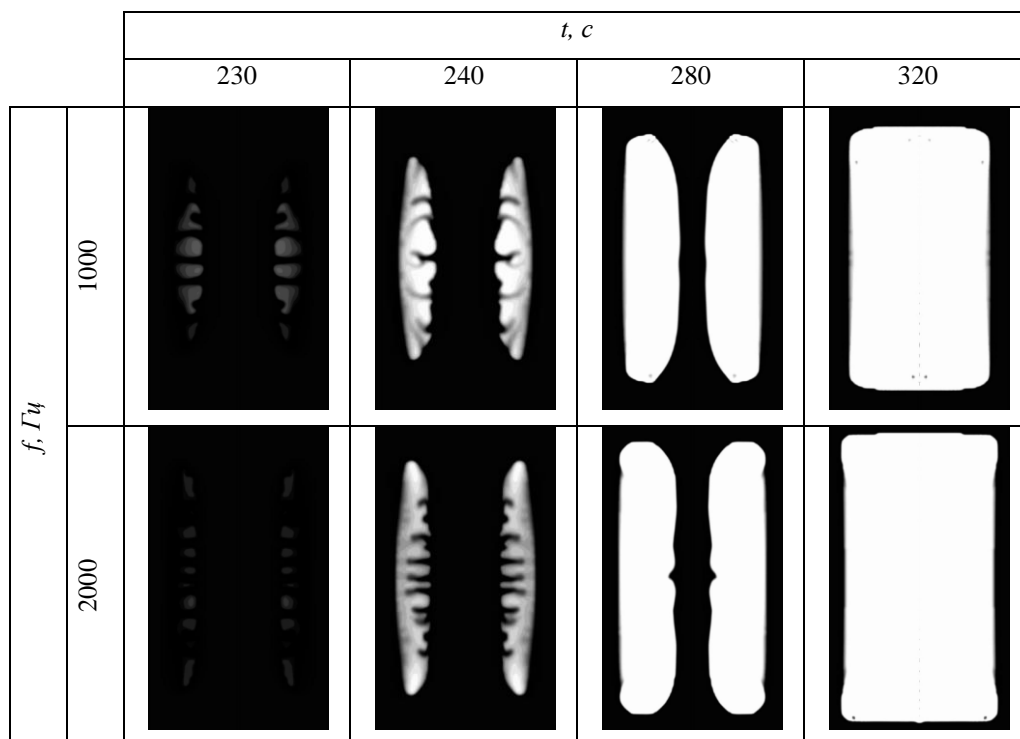


(б)

Рисунок 3.5 – Требуемая величина тока для обеспечения заданного запаса мощности при различных частотах (а) и среднее время нагрева для разного запаса мощности (б) в большом слитке

Температурное поле в большом слитке при завершении стадии нагрева более равномерно в осевом направлении, чем в маленьком слитке, т.е. независимо от параметров системы не происходит выраженного смещения максимальных температур в углы заготовки. При частоте более  $500 \text{ Гц}$  в исследуемом диапазоне запаса мощности максимум температурного поля сохраняется на поверхности, что исключает возможность реализации процесса, т.к. плавление начнется с поверхности заготовки.

Поскольку решение задачи магнитной гидродинамики с учетом процесса плавления требует большого вычислительного времени, для исследования на маленьком слитке был выбран запас мощности  $3 \text{ кВт}$  с частотами 1, 2, 4, 8, 16  $\text{кГц}$ . Этот набор задач позволяет проанализировать ключевые случаи с началом образования жидкой фазы: в углах заготовки, вблизи стенки и в глубине заготовки. Для выявления закономерности протекания процесса регулирования мощности было отключено, т.е. процесс нагрева и плавления осуществляется при фиксированном значении тока в индукторе. Полученное в результате решения задачи распределение концентрации жидкой фазы в объеме заготовки в различные моменты времени представлено на рисунке 3.6



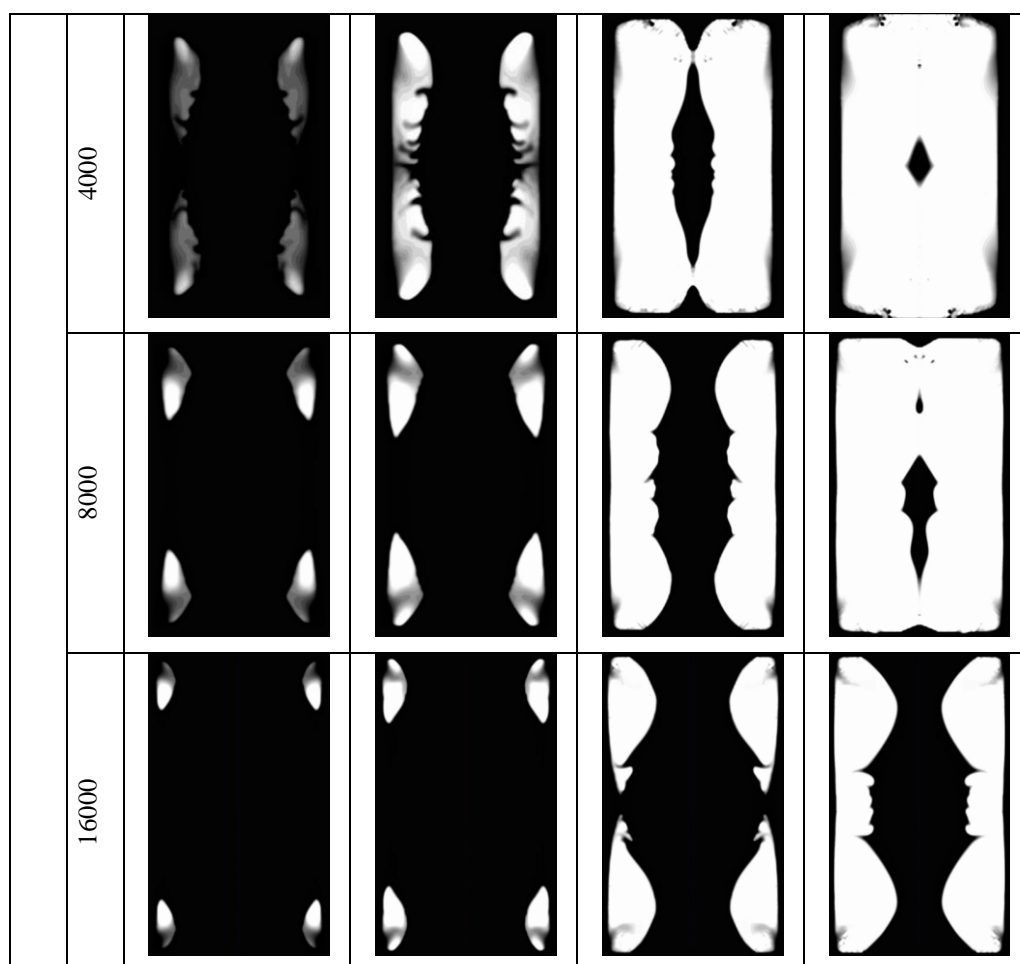


Рисунок 3.6 – Картины распределение металла с температурой выше температуры плавления при различных частотах в различные моменты времени

Как видно из рисунков, образование жидкой фазы происходит на некотором удалении от поверхности с последующим распространением по радиусу и высоте заготовки. На частоте 2 и 4  $\kappa\Gamma\text{ц}$  плавление начинается в глубине заготовки, образуя тороидальный объем с металлом выше температуры начала плавления. Через 1,5–2 минуты наступает установившийся режим с постоянной толщиной твердой стенки. При частоте 4  $\kappa\Gamma\text{ц}$  и выше область начала плавления смещается к углам заготовки, образуя два тороидальных объема с расплавом. Интенсивность роста этих объемов снижается с увеличением частоты. Максимальный объем металлы с температурой выше температуры начала плавления за минимальное время достигается при частоте 2  $\kappa\Gamma\text{ц}$ , дальнейшее увеличение частоты приводит к замедлению процесса плавления. Одновременно с этим, при частотах выше 2

$\kappa\Gamma\text{ц}$  толщина стенки у оснований цилиндрической заготовки достигает предельно малой толщины, при которой возрастает вероятность ее разрушения и пролива металла. На частоте  $4 \kappa\Gamma\text{ц}$  в момент времени  $320 \text{ с}$  происходит частичное проплавление стенок заготовки.

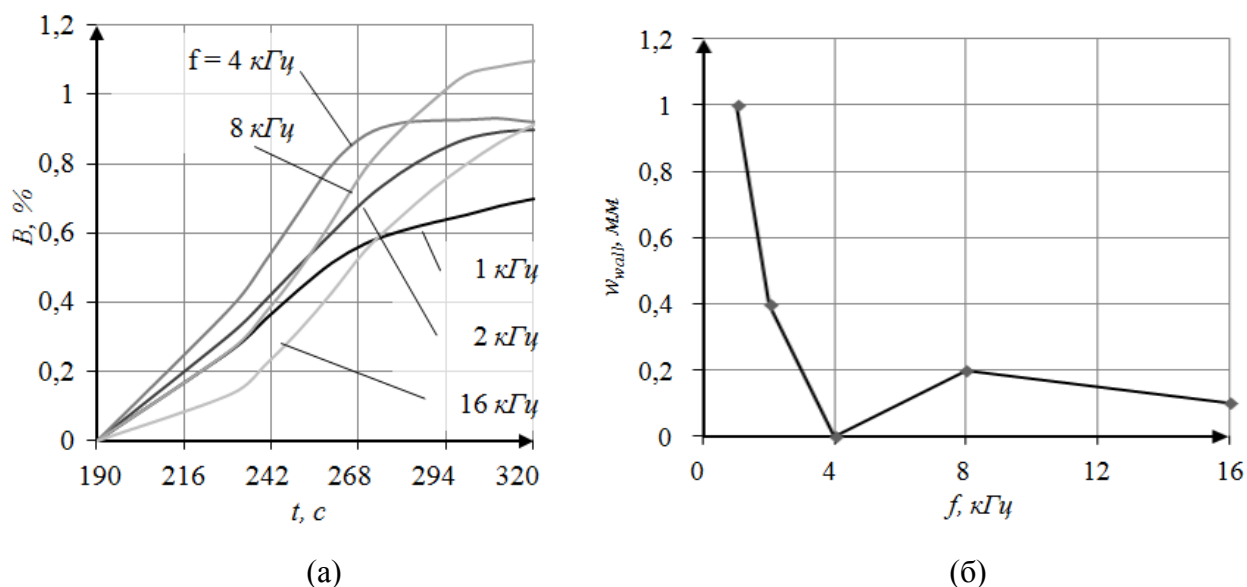


Рисунок 3.7 – Динамика образования жидкой фазы (а) и толщина стенки (б)

На рисунке 3.7-а показана динамика процента жидкой фазы во всем объеме заготовки. Процент жидкой фазы определяется из выражения:

$$B = \frac{\int \beta dV}{V}, \quad (3.3)$$

где  $V$  – объем заготовки.

Т.к. на заготовку действуют электромагнитные усилия, в образующейся жидкой фазе возникают гидродинамические течения. Тепломассоперенос за счет этих течений определяет в дальнейшем динамику распространения жидкой фазы. Распределение температурного поля, векторного поля скоростей, удельных электромагнитной силы и мощности в различные моменты времени представлены на рисунке 3.8.



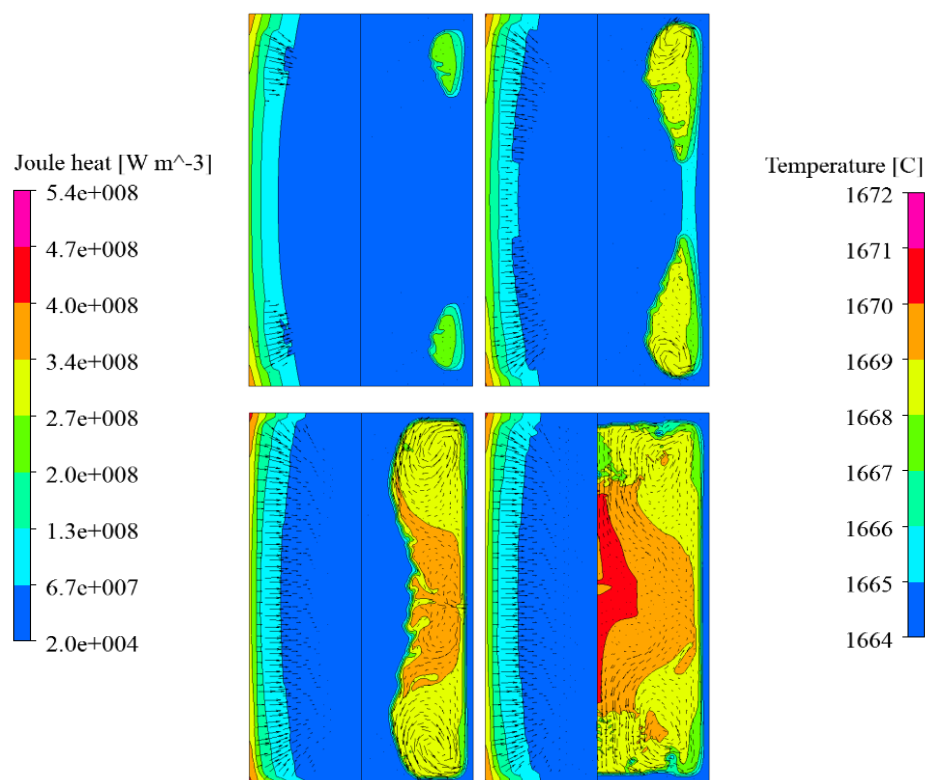


Рисунок 3.8 – Распределение температурного поля, векторного поля скоростей, удельных электромагнитной силы и мощности в различные моменты времени

Как видно из рисунков, характер течений представляет собой симметричную двухконтурную тороидальную циркуляцию свойственную классическим системам «индуктор – расплав». По мере увеличения объема жидкой фазы размер и интенсивность циркуляции возрастает. Одновременно с этим увеличивается площадь омываемой границы фазового перехода, что ускоряет процесс плавления центральных слоев металла. Поверхностные слои заготовки за счет интенсивных тепловых потерь сохраняют постоянной свою форму и толщину твердой фазы, обеспечивая ее герметичность и не допуская протекания расплава наружу. Максимальная скорость циркуляции металл в жидкой фазе при различных частотах представлена на рисунке 3.9

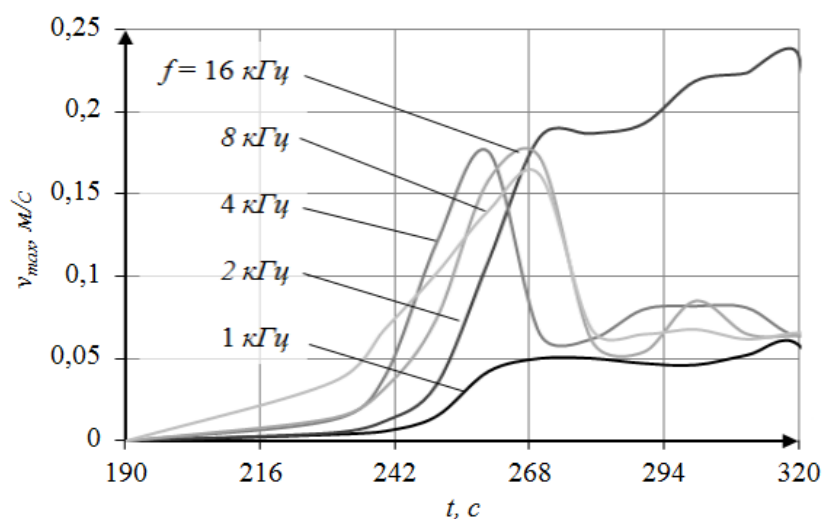


Рисунок 3.9 – Максимальная скорость циркуляции расплава при различных частотах

В результате проведенного анализа следует отметить выявленное существенное влияние скрытой теплоты плавления титана и гидродинамических течений на характер образования жидкой фазы. Результаты, полученные на электротепловой модели [4], различны с результатами моделирования системы с использованием модели МГД явлений и метода «энтальпия – пористость». Основное расхождение в результатах начинается при развитии процесса нагрева от точки плавления и выше, а именно возникают изменения в распределении температуры и энтальпии (рисунок 3.10).

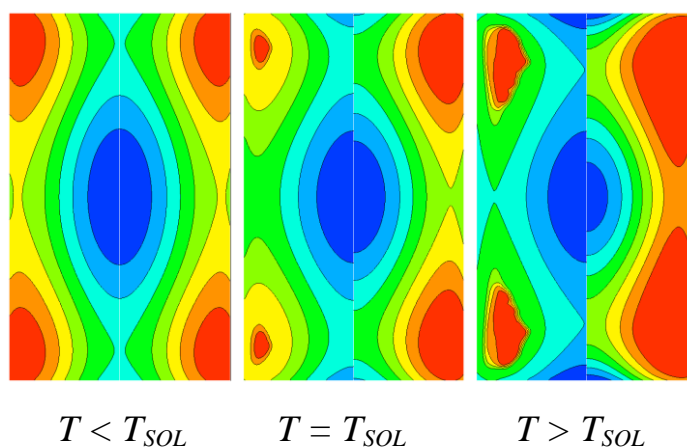


Рисунок 3.10 – Распределение энтальпии (слева) и температуры (справа) в в заготовке до, в момент и после начала плавления

Так, до тех пор, пока температура в заготовке меньше температуры начала плавления  $T_{SOL}$ , энтальпия и температура одинаково распределены в объеме заготовки. Выравнивание температурного поля между средними и центральными слоями происходит теплопередачей теплопроводностью. Однако, при достижении температуры плавления некоторое время температурное поле практически не меняется, в то время как распределение энтальпии интенсивно начинает изменяться в соответствии с распределением электромагнитных источников теплоты. Далее, в точках, где энтальпия увеличилась на величину скрытой теплоты плавления, начинает расти температура одновременно с образованием жидкой фазы в данных точках. После начала плавления появляется новый вид теплопередачи – вынужденная конвекция, связанная с МГД явлениями. Таким образом, на границе фазового перехода появляется дополнительный конвективный тепловой поток. Одновременно с этим циркуляция расплава внутри заготовки выравнивает температурное поле и распределение концентрации доли жидкой фазы.

## 4 Оптимизация и сравнение

Полученные результаты численным моделированием сравнивались с результатами эксперимента, проводившимися в научно-образовательном центре «Электромагнитная обработка материалов» при ВНИИТВЧ на заготовках из сплава ВТ6 размерами  $\varnothing 60 \times 100$  мм с помощью индукционной системы, параметры которой были показаны в разделе 1.2.

Изменение мощности в процессе нагрева заготовки изображен на рисунке 4.1. Как видно из графика происходит управление мощностью, для стабилизации температуры, которая занимает 25% от всего времени нагрева.

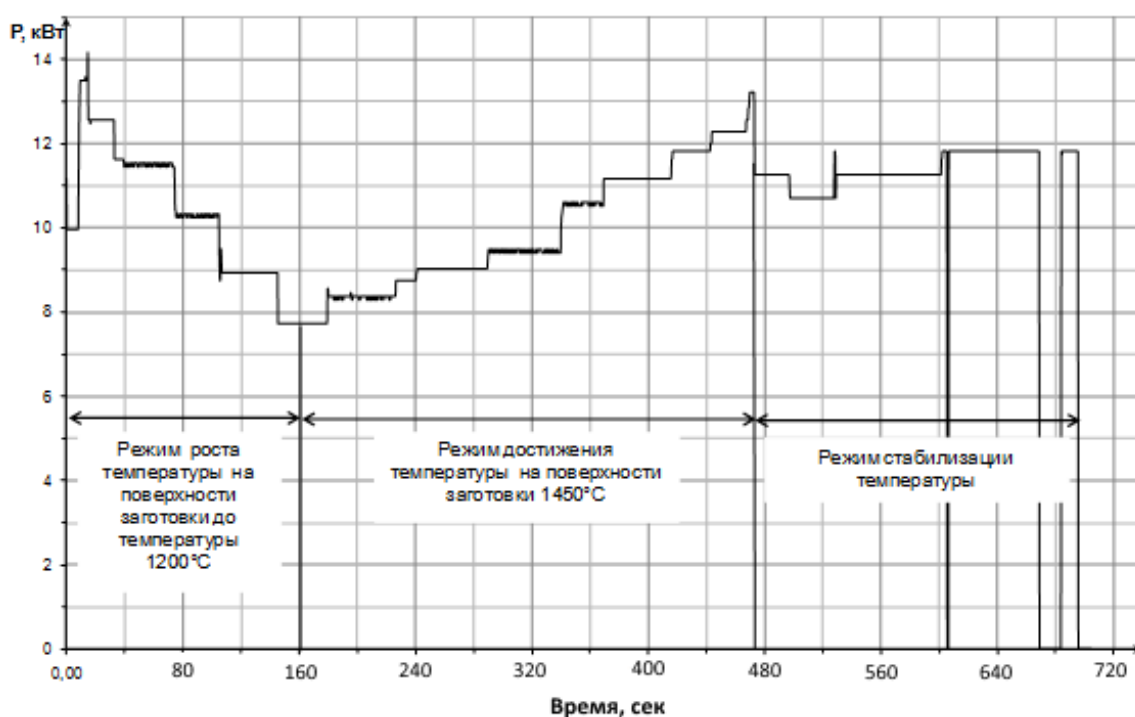


Рисунок 4.1 - Изменение мощности в процессе нагрева заготовки из сплава ВТ6 для получения расплава внутри слитка.

Основные параметры индукционной системы математической и физической модели записаны в таблице 4.1. Габаритные размеры заготовки и индуктора показаны в разделе 3.1.

Таблица 4.1 - Основные параметры математической и физической модели

Параметры	Математический расчет	Физический эксперимент
Частота, Гц	4000	4000
Ток индуктора, А	1400	1050
Длительность процесса, с	300	720
Потери мощности, КВт	17,1	9,6
Затраченная энергия, КДж	5126,0	6727,8

Из полученных результатов можно сделать вывод что есть возможность получения жидкой фазы титанового сплава внутри заготовки без регулирования подводимой мощности. Так как стабилизация температуры занимает 25% от всего времени нагрева, увеличивается затраченная энергия, которая сказывается на энергоэффективность установки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведен обзор установок, обеспечивающих достижение жидкого состояния заготовок из титана и титановых сплавов для последующего литья, в результате которого выявлены основные недостатки существующих технологий, и показана перспективность технологии с применением индукционного нагрева без использования защитной атмосферы или вакуума;
2. Разработаны в средах FLUENT и ANSYS численные модели расчета сопряженных электромагнитных, тепловых и гидродинамических задач для получения жидкой фазы металла в цилиндрических немагнитных телах индукционным способом;
3. Показана методология расчета и оптимизация предложенного процесса получения расплава внутри титановой заготовки на основе разработанных численных моделей;
4. Проведено сравнение математической модели и эксперимента.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ильин А.А., Колачёв Б.А., Полькин И.С. Титановые сплавы. Состав, структура, свойства. Справочник. – М.: ВИЛС – МАТИ, 2009. – 520 с.
2. Titanium' 2015: Proc. 13th World Conf. on Titanium, 16 – 20 August 2015, San Diego, California, USA. V. 1 – 5. – 1915 p.
3. Колачёв Б.А., Елагин В.И., Ливанов В.А. Металловедение и термическая обработка цветных металлов и сплавов: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: МСИС, 2005. – 432 с.
4. Масликов П.А., Демидович В.Б.
5. Гармата В.А. Титан. / Петрунько А.Н., Галицкий Н.В., Олесов Ю.Г., Сандлер Р.А. // М.: «Металлургия», 1983. 559 с.
6. Еременко В.Н. Титан и его сплавы. Киев: Изд-во АН УССР, 1960. 497 с.
7. [http://www.markmet.ru/tehnologiya\\_metallov/metallurgiya-titana](http://www.markmet.ru/tehnologiya_metallov/metallurgiya-titana)
8. Андреев А.Л., Аношкин Н.Ф. Плавка и литье титановых сплавов. М.: «Металлургия», 1978. 379 с.
9. Шульга А.В. Вакуумная индукционная плавка: Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2010. 64с.
10. Quintana I. Numerical Modeling of Cold Crucible Induction Melting / I. Quintana Z. Azpilgain, D. Pardo and I. Hurtado //Proceeding of the COMSOL Conference – 2011 – Stuttgart, Germany.
11. Baake E. LES modelling of the cold crucible melting processes / E. Baake, A. Umbrashko, A. Jakovics // Electromagnetic processing of materials. 2nd Sino-German workshop. – 2005 – Dresden, Germany – P.26.
12. Mühlbauer A. Innovative induction melting technologies: a historical review / A. Mühlbauer // Proceeding of the 4th International scientific colloquium. – Riga, Latvia – 2006 – P.13–20

13. Павлов С. Multiphysics: многодисциплинарное моделирование металлургических магнитогидродинамических технологий. Эволюция моделей индукционной печи с холодным тиглем / С. Павлов, А. Якович // "Машиностроение и смежные отрасли" . CAD/CAM/CAE Observer – 2009 – №3(47) – с. 61–69.
14. Тир Л.Л. Индукционные плавильные печи для процессов повышенной точности и чистоты / Л.Л. Тир, А.П. Губченко // М.: Энергоатомиздат, 1998. 120 с.
15. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 1, М.: Наука, – 1970. 492 с.
16. Белов И.А., Исаев С. А., Моделирование турбулентных течений. Учебное пособие: БГТУ, – 2001. 108 с.
17. Патанкар, С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: «Энергоатомиздат», – 1984. 154 с.
18. Темам Р., Уравнения Навье-Стокса теория и численный анализ. пер. М.: «Мир», – 1981. 408 с.
19. Ферцигер Дж. Х. Численное моделирование крупных вихрей для расчета турбулентных течений // Ракетная техника и космонавтика. 1977. Т. 15, № 9. с. 56–65
20. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т.1: Пер. с англ. М: «Мир», – 1991. 504 с.
21. Куперштох А.Л. Метод решетчатых уравнений Больцмана для моделирования двухфазных систем типа жидкость-пар. Сборн. научных статей «Современная наука» №2 – 2010. с. 56–63.
22. Потапов А.П., Ройз С.И., Петров И.Б. Моделирование волновых процессов методом сглаженных частиц (SPH). Мос. физико-технический институт (государственный университет) Журнал “Математическое моделирование” №7 – 2009, с. 20–28
23. Афанасьев, К.Е. Численное моделирование течений жидкости со свободными границами методами SPH и MPS. / К.Е. Афанасьев, А.Е.



- Ильясов, Р.С. Макаrchук, А.Ю. Попов // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11. Спец. выпуск. с. 26–44.
24. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред: 2-е изд., перераб. и доп. М.: «Физматлит», – 1994. 448 с.
25. Григорьев Ю.Н., Вшивков В.А., Федорук М.П., Численное моделирование методом частиц–в–ячейках, Новосибирск: «Издательство СО РАН», – 2004. 360 с.
26. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: «Наука», – 1982. 392 с.
27. Смирнов, Е. М. Метод конечных объёмов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии / Е. М. Смирнов, Д. К. Зайцев // – Научно-технические ведомости. – 2004. – № 2. С. 70–81.
28. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. of Comp. Physics 1981. V.39(1).
29. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшцец. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т. II. Теория поля. – 7-е изд., испр. М.: «Наука», – 1988. 512 с.
30. Д.Андерсон., Дж.Таннехил, Р.Плетчер. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. Т. 1. Пер. с англ. М.: «Мир», – 1990. 384 с.
31. Зенкевич. О. Метод конечных элементов в технике. Перевод Б.Е. Победри. М.: «Мир», – 1975. 543 с.
32. ANSYS [корпоративный сайт]. URL: <http://cae-expert.ru> (дата обращения: 03.05.2015).
33. М.Ю.Хацаюк. Индукционная установка с МГД воздействием в процессе приготовления и разливки высоколегированных алюминиевых сплавов. Дис. канд. техн. наук: 05.09.01 / М. Ю. Хацаюк. Красноярск. – 2013. – 154 с

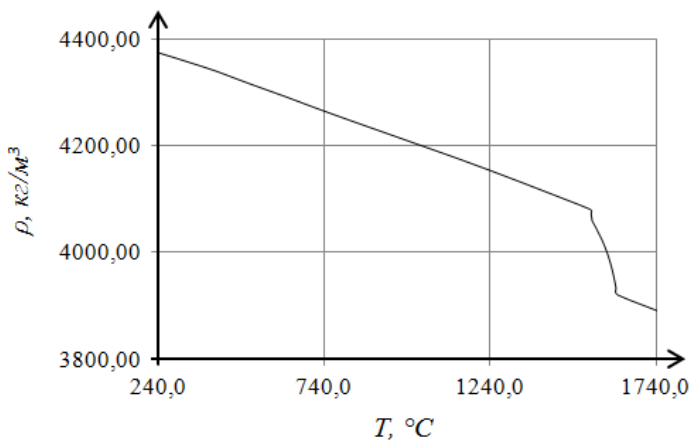
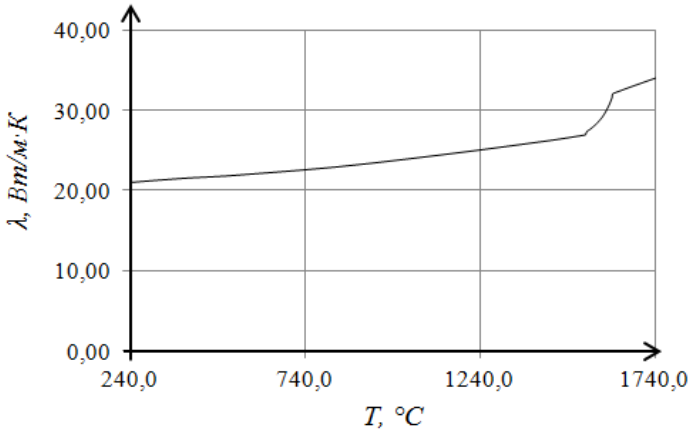
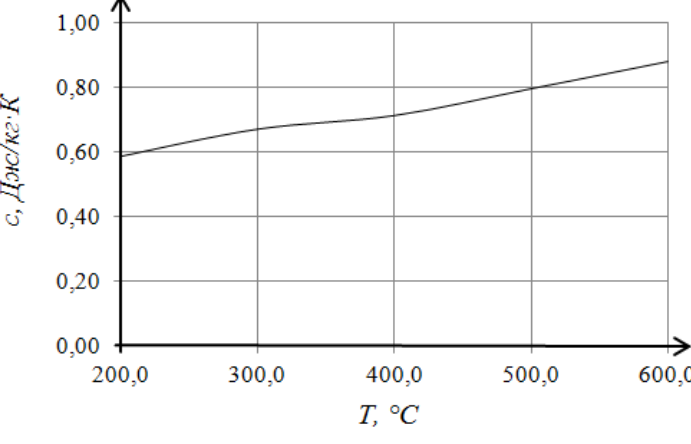
34. Плешивцева, Ю.Э. Сравнительный анализ программных продуктов ANSYS и Cedrat FLUX на примере моделирования проходной индукционной нагревательной установки [Текст] / Ю.Э. Плешивцева, О.Ю. Шарапова, В.А. Медникова // XII Международная конференция «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» – Самара, 2011. сс. 78-84.
35. ProCAE [база данных]. URL: <http://www.procae.ru/articles/star-cd/76-aboutstar-cd.html> (дата обращения: 03.05.2015).
36. OpenFOAM [корпоративный сайт]. URL: <http://www.openfoam.com> (дата обращения: 03.05.2015).
37. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1964.
38. ANSYS. ANSYS Help system.
39. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. Киев: Наукова думка, 1989.
40. Baake E., Nacke B., Umbrashko A., and Jakovics A. Large eddy simulation modeling of heat and mass transfer in turbulent recirculated flows // Magnetohydrodynamics. 2003. No. 3. pp. 291-298
41. Baake E., Langejuergen M., Kirpo M., and Jakovics A. Analysis of transient heat and mass transfer processes in the melt of induction channel furnaces using LES 2009. No. 3. pp. 385-392.
42. Kirpo M., Jakovics A., Baake E., and Nacke B. LES study of particle transport in turbulent recirculated liquid metal flows // Magnetohydrodynamics. 2009. No. 3. pp. 439-450.
43. Булов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений. СПб.: БГТУ, 2001.
44. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin: Springer verlag, 2002.
45. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: гидродинамика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.

46. Остроумов Г.А. Свободная тепловая конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Гостехиздат, 1952.
47. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
48. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989.
49. Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. No. 8. pp. 1598-1605.
50. Menter F.R. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. 2003. No. 4. pp. 625-632.
51. Voller V.R. Modeling Solidification Processes // Technical report. Mathematical Modeling of Metals Processing Operations Conference, Palm Desert, CA American Metallurgical Society. 1987.
52. Voller V.R., Brent A.D., and Reid K.J. A Computational Modeling Framework for the Analysis of Metallurgical Solidification Process and Phenomena // Technical report. Conference for Solidification Processing Ranmoor House. Sheffield. 1987.
53. Voller V.R., Prakash C. A Fixed-Grid Numerical Modeling Methodology for Convection-Diffusion Mushy Region Phase-Change Problems // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1987. No. 30. pp. 1709-1719.
54. Pesteanu O., Baake E. The Multicell Volume of Fluid (MC-VOF) Method for the Free Surface Simulation of MFD Flows. Part II: Experimental Verifications and Results // ISIJ International. 2011. No. 5. pp. 714-721.
55. Bojarevics V., Roy A., and Pericleous K. Magnetic levitation of large liquid volume // Magnetohydrodynamics. 2010. No. 4. pp. 317-329.
56. Spitans S., Jakovics A., Baake E., and Nacke B. Numerical modelling of free surface dynamics of conductive melt in the induction crucible furnace // Magnetohydrodynamics. 2010. No. 4. pp. 425-436.

57. Khatsayuk M., Minakov A., Demidovich V., and Pervukhin M.  
Mathematical modeling of casting processes in electromagnetic field // Magnetohydrodynamics. 2015. No. 1. pp. 57-65.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Физические свойства титанового сплава ВТ6

$f(^{\circ}\text{C})$	
Плотность, $\text{кг/м}^3$	 <p style="text-align: center;"><math>\rho, \text{кг/м}^3</math></p> <p style="text-align: center;"><math>T, ^{\circ}\text{C}</math></p>
Теплопроводность, $\text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$	 <p style="text-align: center;"><math>\lambda, \text{Вт/м}\cdot\text{K}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>T, ^{\circ}\text{C}</math></p>
Теплоемкость, $\text{Дж/(кг}\cdot\text{K)}$	 <p style="text-align: center;"><math>c, \text{Дж/кг}\cdot\text{K}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>T, ^{\circ}\text{C}</math></p>

